

Глава 2

РИСК И ДОХОДНОСТЬ. I

В главе 1 было показано, что ни отдельный человек, действующий в **своих** собственных интересах, ни менеджер, действующий от лица акционеров фирмы не должны принимать решение об инвестировании финансовых средств, руководствуясь лишь соображениями ожидаемой доходности. Тот, кто **принимает** решение, должен сначала оценить рисковость инвестиций, а затем определить является ли уровень доходности достаточным для компенсации **ожидаемого** риска. Например, анализируя потенциальные инвестиции фирмы в новую линию персональных компьютеров, менеджеры IBM не могли принимать **решение** исходя только из показателя ожидаемой доходности от ввода этой линии. Кроме этого менеджеры IBM должны были оценить риск, связанный с вводом новой

линии производства компьютеров, и лишь после этого определить, компенсирует ли ожидаемая доходность предполагаемый риск. В данном случае они приняли решение, что потенциальная доходность действительно будет компенсировать зуществующий риск, т е введение новой линии персональных компьютеров **оправданно**

Поскольку анализ риска имеет очень большое значение, необходимо понять **аму** процедуру анализа. В главе 2 будет показано, что понятие риска можно **определить** двояко. 1) как **общий риск** (total risk), относящийся к конкретному **финансовому** активу, рассматриваемому изолированно, и измеряемый диспе **рсиями** возможных исходов относительно ожидаемой доходности этого актива, 2) как **рыночный риск** (market risk), относящийся к конкретному финансовому **активу** как части инвестиционного портфеля и оцениваемый с учетом вклада этого актива в совокупный риск портфеля в целом

Измерение риска — лишь одна сторона проблемы. Необходимо иметь возможность сопоставить риск с ожидаемой доходностью и ответить на следующий **вопрос**: какой должна быть величина доходности, необходимая для компенсации данного уровня риска? Как будет показано в главе 3, модель оценки доходности финансовых активов (CAPM) позволяет получить однозначный и точный **ответ** на этот вопрос. Однако CAPM не подтверждается и не может быть **подтверждена** эмпирически — она не всегда отражает поведение инвестора, поэтому **анализ**, основанный на CAPM, не обязательно приводит к решению, **максимизирующему** стоимость фирмы. Этот факт никоим образом не умаляет значения CAPM, однако является сигналом к поиску альтернативных способов измерения риска и определения ожидаемой доходности, требуемой для компенсации заданного уровня риска

Определение и измерение риска

[Согласно словарю Уэбстера, *риском* называется «шанс неблагоприятного исхода, опасность, угроза потерь или повреждений». Таким образом, под **риском** понимается возможность осуществления некоторого нежелательного события. Если вы увлекаетесь парашютным спортом, вы подвергаете опасности свою жизнь — прыжки с парашютом рискованны. Если вы игрок на ипподроме, вы рискуете своими деньгами. Если вы приобретаете спекулятивные **акции** (а на самом деле *любые* акции), вы рискуете, надеясь на высокую доходность.

В качестве иллюстрации рисковости финансовых активов приведем следующий пример. Предположим, инвестор купил краткосрочные государственные облигации номиналом 100000 дол. с купонной ставкой, равной 10%. В данном случае можно дать точную оценку доходности инвестиций (10%), а сами **инвестиции** такого рода называются безрисковыми. Однако если бы эти же 100 000 дол. были инвестированы в акции только что организованной компании, занимающейся исследованиями, которые, возможно, приведут к выработке **вакцины** против СПИДа, точную оценку доходности таких инвестиций дать невозможно. Проанализировав эту ситуацию, можно прийти к заключению, что **ожидаемая** доходность в статистическом смысле составляет, например, 20%, однако следует также принимать во внимание потенциальный разброс **фактической** доходности, например от +1000% до —100%. Поскольку существует

опасность того, что фактическая доходность окажется значительно ниже ее ожидаемого значения, можно определить акции этой компании как относительно рисковые.

Следовательно, риск инвестиций тесно связан с вероятностью того, что фактическая доходность окажется ниже ее ожидаемого значения: чем больше возможность получить низкую доходность или убытки (отрицательную **доходность**), тем более рисковыми являются инвестиции. Тем не менее полезно выработать более точное определение риска, и именно этому будут посвящены следующие разделы.

Вопрос для самопроверки

Объясните понятие **риска** инвестиций

Распределения вероятностей и ожидаемая доходность

Поскольку риск связан с вероятностью того, что фактическая доходность будет ниже ее ожидаемого значения, распределения вероятностей являются основой для измерения риска. Предположим, например, что вы финансовый менеджер фирмы, которая решила инвестировать 100000 дол. сроком на один год. В табл. 2.1 приведены четыре альтернативных варианта инвестиций.

1. Казначейские векселя (Т-векселя) со сроком погашения один год и ставкой дохода 8%, которые могут быть приобретены с дисконтом (т.е. по цене ниже номинала — *Прим. ред.*); в момент погашения будет выплачена их номинальная стоимость.

2. Корпорационные облигации, которые продаются по номиналу с купонной ставкой 9% (т.е. на 100000 дол. вложенного капитала можно получать 9000 дол. годовых) и сроком погашения 10 лет. Однако ваша фирма планирует продать эти облигации в конце первого года. Следовательно, фактическая доходность по облигациям будет зависеть от уровня процентных ставок на конец года. Этот уровень в свою очередь зависит от состояния экономики на конец года: быстрые темпы экономического развития, вероятно, вызовут повышение процентных ставок, что снизит рыночную стоимость облигаций, в случае экономического спада возможна противоположная ситуация.

3. Проект капиталовложений 1, чистая стоимость которого составляет 100000 дол. Денежный поток в течение года равен нулю, все выплаты осуществляются в конце года. Сумма этих выплат зависит от состояния экономики.

4. Альтернативный проект капиталовложений 2, совпадающий по всем параметрам с проектом 1 и отличающийся от него лишь распределением вероятностей ожидаемых в конце года выплат.

Распределением вероятностей называется множество возможных исходов с указанием вероятности появления каждого из них. Таким образом, в табл. 2.1 представлены четыре распределения вероятностей, соответствующие четырем альтернативным вариантам инвестирования. Доходность по казначейским векселям точно известна — она составляет 8% и не зависит от состояния экономики. Таким образом, риск по казначейским векселям равен нулю¹. По трем другим вариантам инвестирования реальные, или фактические, значения до

¹Отметим, что инвестиции в казначейские векселя являются безрисковыми только в том смысле, что их *номинальная* доходность не изменяется в течение данного периода.

Оценка доходности по четырем инвестиционным альтернативам

Состояние экономики	Вероятность	Казначейские векселя, %	Доходность инвестиций при данном состоянии экономики, %		
			корпорационные облигации	проект 1	проект 2
Глубокий спад	0.05	8.0	12.0	-3.0	-2.0
Незначительный спад	0.20	8.0	10.0	6.0	9.0
Стагнация	0.50	8.0	9.0	11.0	12.0
Незначительный подъем	0.20	8.0	8.5	14.0	15.0
Сильный подъем	0.05	8.0	8.0	19.0	26.0
Ожидаемая доходность	—	8.0	9.2	10.3	12.0

Примечание. Доходность, соответствующую различным состояниям экономики следует рассматривать как интервал значений, а отдельные ее значения — как точки внутри этого интервала. Например, 10%-ная доходность облигации корпорации при незначительном спаде представляет собой наиболее вероятное значение доходности при данном состоянии экономики а точечное значение используется для удобства расчетов

ходности не будут известны до окончания соответствующих периодов владения активами. Поскольку значения доходности не известны с полной определенностью, эти три вида инвестиций являются *рисковыми*

Распределения вероятностей бывают *дискретными* или *непрерывными* ². Дискретное распределение вероятностей имеет конечное число исходов; так, в табл. 2.1 приведены дискретные распределения вероятностей Доходность казначейских векселей принимает только одно возможное значение, тогда как каждая из трех оставшихся альтернатив имеет пять возможных исходов. Каждому исходу поставлена в соответствие вероятность его появления. Например, вероятность того, что казначейские векселя будут иметь доходность 8%, равна 1.00, а вероятность того, что доходность казначейских корпоративных облигаций составит 9%, равна 0.50

Если умножить каждый исход на вероятность его появления, а затем **сло** жить полученные результаты, мы получим средневзвешенную исходов. Весами служат соответствующие вероятности, а средневзвешенная представляет собой

времени. *Реальная* же доходность казначейских векселей содержит определенную долю риска, поскольку она зависит от фактических темпов роста инфляции в течение периода владения векселями. Более того, казначейские векселя могут представлять проблему для инвестора, который обладает портфелем ценных бумаг с целью получения непрерывного дохода: когда истекает срок платежа по казначейским векселям, необходимо осуществить реинвестирование денежных средств и если процентные ставки снижаются, доход портфеля также уменьшится. Этот вид риска, который носит название *риска нормы реинвестирования*, не учитывается в нашем примере, так как период, в течение которого фирма владеет векселями, соответствует сроку их погашения. Наконец, отметим, что релевантная доходность любых инвестиций — это доходность после уплаты налогов, поэтому значения доходности, используемые для принятия решения, должны отражать доход за вычетом налогов.

²В книге концентрируется внимание только на дискретных распределениях, поскольку они лучше иллюстрируют основные концепции риска и доходности. Однако непрерывные распределения также нашли широкое применение в финансовом анализе, поэтому они рассмотрены в Приложении 2А

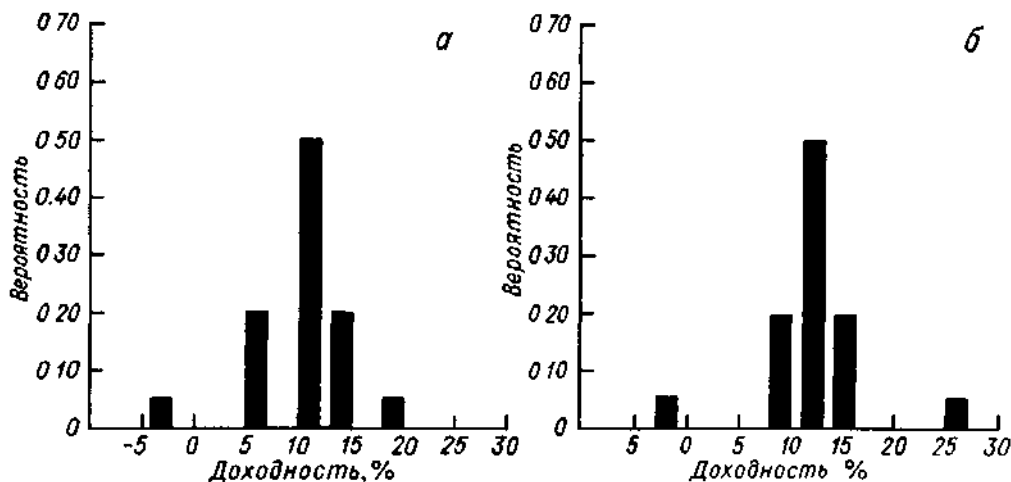


Рис 2.1 Графическое представление дискретного распределения вероятностей
а — проект 1; б — проект 2

ожидаемое значение Так как исходами являются доходности, ожидаемое значение — это *ожидаемая доходность* (expected rate of return, k), которую можно представить в следующем виде

$$k = \sum_{i=1}^n k_i P_i, \quad (2.1)$$

где k_i — i -й возможный исход, P_i — вероятность появления i -го исхода, n — **число возможных исходов**

Используя (2.1), находим, что ожидаемая доходность проекта 2 равна 12.0%

$$k = \sum_{i=1}^5 k_i P_i = k_1 P_1 + k_2 P_2 + k_3 P_3 + k_4 P_4 + k_5 P_5 =$$

$$= -2.0\% \cdot 0.05 + 9.0\% \cdot 0.20 + 12.0\% \cdot 0.50 + 15\% \cdot 0.20 + 26.0\% \cdot 0.05 = 12.0\%$$

Ожидаемые доходности трех других альтернативных вариантов инвестирования найдены аналогичным образом (табл. 2.1).

Дискретные распределения вероятностей могут быть представлены графически или в табличной форме. На рис. 2.1 приведены столбиковые диаграммы (или гистограммы) проектов 1 и 2. Возможные значения доходности проекта 1 принадлежат промежутку от -3.0 до $+19.0\%$, а проекта 2 — от -2.0 до $+26.0\%$. Отметим, что высота каждого столбца представляет собой вероятность появления соответствующего исхода, а сумма этих вероятностей по каждому варианту равна 1.00. Отметим также, что распределение значений доходности проекта 2 симметрично, тогда как соответствующее распределение для проекта 1 имеет левостороннюю асимметрию. Аналогичные диаграммы для казначейских векселей и корпорационных облигаций показали бы, что доходность казначейских векселей представлена единственным столбцом, а доходность корпорационных облигаций представлена диаграммой, имеющей правостороннюю асимметрию.

Вопросы для самопроверки

Что такое распределение вероятностей?

Поясните сущность термина «ожидаемая доходность»

Общий риск в сравнении с рыночным риском

Оставшаяся часть главы 2 и глава 3 посвящены проблемам определения и измерения риска, а также анализу взаимосвязи между риском и требуемой доходностью. Однако, перед тем как перейти к детальному рассмотрению этих вопросов, полезно заглянуть вперед и кратко охарактеризовать общее направление исследования.

Существует множество способов определения и измерения риска, в главах 2 и 3 мы остановимся на двух видах риска: 1) *общий риск*, представляющий собой рисковость отдельно взятого актива, и 2) *рыночный риск*, который представляет собой релевантный, или эффективный, риск отдельного актива, если данный актив является частью хорошо диверсифицированного портфеля ценных бумаг. Чтобы проиллюстрировать понятие общего риска, предположим, что инвестор обладает единственным рисковым активом, например акцией. В данном случае риск акции измеряется дисперсией возможных значений доходности относительно их средней величины. Чем больше этот разброс, тем выше вероятность того, что фактическая доходность окажется ниже ожидаемой, и, следовательно, тем выше риск этой акции. Однако если инвестор владеет портфелем, состоящим из большого числа различных акций, скажем 40 или более, на первый план выдвигается проблема общего, или агрегированного, риска портфеля акций, поскольку потери по одним акциям могут компенсироваться получением дохода по другим. В данной ситуации релевантный риск акции — это ее рыночный риск, который измеряет долю каждой акции в общем риске портфеля. Чем больше воздействие акции на общий риск портфеля (увеличение количества акций данного вида увеличивает риск портфеля), тем выше рыночный риск акции. Как будет показано в главе 3, на рыночный риск акции оказывают воздействие ее общий риск, а также корреляция между доходностью данной акции и доходностью всего портфеля ценных бумаг.

Объединение акций в портфель приводит к снижению риска, так как имеет место некоторый баланс между акциями, доходность которых ниже ожидаемого значения, и акциями, доходность которых выше ожидаемого значения. Поэтому рациональные инвесторы предпочитают портфель одному виду акций. Более того, поскольку большинство инвесторов, как правило, люди рациональные, риск и, следовательно, цена акции рассматриваются исходя из рыночного, а не общего риска. Понятия общего и рыночного риска применимы к любым рисковым активам — к ценным бумагам (например, акциям и облигациям), недвижимости, драгоценным металлам, капиталовложениям и т. п. Главы 2 и 3 в основном посвящены оценке риска ценных бумаг; в главе 9 понятие общего и рыночного риска будет распространено на анализ инвестиционных проектов корпораций.

Вопросы для самопроверки

Объясните различие между общим и рыночным риском.

Верно ли, что эти понятия применимы только к ценным бумагам? Ответ поясните.

Анализ общего риска: активы, рассматриваемые изолированно

Понятия распределения вероятностей и ожидаемой величины могут использоваться как основа для измерения риска. Известно, что риск присутствует в том случае, если исследуемые распределения имеют более одного возможного исхода, однако каким образом можно измерить риск и оценить его количественно? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим сначала методику исчисления *общего риска*

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение

Дисперсия называется мера разброса возможных исходов относительно ожидаемого значения: чем выше дисперсия, тем больше разброс. Для расчета дисперсии дискретного распределения используется следующая формула

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (k_i - k)^2 P_i \quad (2.2)$$

Как показывает (2.2), дисперсия есть сумма квадратов отклонений от среднего ожидаемого значения, взвешенная на вероятность появления каждого отклонения. Рассчитаем, например, дисперсию доходности проекта 2 по данным табл. 2.1. Нам известно, что ожидаемая доходность проекта, k , равна 12.0%. Следовательно, расчет дисперсии по формуле (2.2) и данным табл. 2.1 производится следующим образом

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sum_{i=1}^n (k_i - k)^2 P_i = (-2.0 - 12.0)^2 0.05 + (9.0 - 12.0)^2 0.20 + \\ &+ (12.0 - 12.0)^2 0.50 + (15.0 - 12.0)^2 0.20 + (26.0 - 12.0)^2 0.05 = 23.2 \end{aligned}$$

Дисперсию измеряют в тех же единицах, что и исходы, в данном случае в процентах в квадрате

Поскольку интерпретация термина «процент в квадрате» затруднительна, в качестве другого измерителя разброса индивидуальных значений вокруг среднего часто используется *среднее квадратическое отклонение*, представляющее собой квадратный корень из дисперсии

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (k_i - k)^2 P_i} \quad (2.3)$$

Так, среднее квадратическое отклонение доходности проекта 2 можно найти следующим образом

$$\sigma = \sqrt{23.2} = 4.82\%$$

Используя этот показатель в качестве меры разброса, можно сделать ряд полезных выводов о распределении исходов. В частности, если распределение является непрерывным и близким к нормальному, можно утверждать, что 68.3%

Таблица 2 2

Оценка доходности в риска четырех альтернативных вариантов инвестирования

Показатель	Варианты инвестирования			
	казна чейские векселя	корпорационные облигации	проект 1	проект 2
1 Ожидаемая доходность (k), %	8 00	9.20	10.30	12.00
2 Дисперсия (σ²)	0 00	0.71	19.31	23.20
3 Среднее квадратическое отклонение (σ), %	0 00	0.84	4.39	4 82
4 Коэффициент вариации (CV)	0 00	0 09	0 43	0 40

всех исходов лежит в пределах одного среднего квадратического отклонения от ожидаемого значения, 99.5% — в пределах двух средних квадратических отклонений и практически все исходы (99 7%) — в пределах трех средних ква
дратических отклонений.³

В табл. 2.2 приводятся ожидаемые значения доходности, дисперсия и сред
нее квадратическое отклонение по всем четырем альтернативным вариантам ин
вестирования, а также коэффициент вариации, который мы рассмотрим в **сле**
дующем разделе. Мы видим, что казначейские векселя обладают наименьшими
значениями показателей дисперсии и среднего квадратического отклонения, а
проекту 2 соответствуют наибольшие их значения.

По данным табл. 2 2 можно, казалось бы, прийти к заключению, что казна
Чейские векселя — наименее рисковый вариант инвестирования, а проект 2 —
наиболее рисковый. Однако это не всегда верно, перед тем как сделать оконча
тельный вывод, необходимо принять во внимание ряд других факторов, таких
как численные значения ожидаемой доходности, асимметрия распределения, до
стоверность наших оценок распределения вероятностей и взаимосвязь каждого
актива с другими активами, включенными в портфель инвестиций.⁴

³Даже если распределение не является близким к нормальному, на основании тео
ремы Чебышева можно утверждать, что для *любого* распределения не менее 89% всех
исходов лежит в пределах трех средних квадратических отклонений от ожидаемого
значения.

⁴Анализируя риск, логично сосредоточиться в основном на вероятностях тех **значе**
ний доходности, которые меньше ожидаемого значения, а не на тех, которые его пре
вышают. Если распределение является симметричным, я дисперсия и среднее квадрати
ческое отклонение будут точно измерять риск получения доходности ниже ожидаемого
значения, который составляет ровно половину общего риска. Однако если распределе
ние асимметрично, эти показатели неверно отражают действительный риск. Если рас
пределение обладает правосторонней асимметрией, дисперсия и среднее квадратическое
отклонение завышают риск получения доходности ниже ожидаемого значения, а если
распределение имеет левостороннюю асимметрию, наблюдается противоположная ситуа
ция. Статистической характеристикой, элиминирующей эти искажения, является *полу*
дисперсия (**semivariance, SV**), которая определяется по формуле

$$SV = \sum_{i=1}^m (k_i - k)^2 P_i$$

(2 2a)

где **m**— множество исходов, которые лежат *ниже* ожидаемого значения. Рассмотрим,
например, возможность покупки корпорационных облигаций (табл. 2.1). Учитывая, что

Коэффициент вариации

Как правило, чем выше ожидаемая доходность, тем больше величина сред него **квадратического** отклонения. Предположим, например, что ожидаемая доходность проекта X составляет 30%, среднее квадратическое отклонение — 10%, а ожидаемая доходность проекта Y равна 10%, среднее квадратическое отклонение — 5%. Если распределение доходности проектов приблизительно нормальное, вероятность того, что доходность проекта X окажется отрицательной, очень мала, несмотря на то что его среднее квадратическое отклонение равно 10%, в то время как для проекта Y , значение σ которого в два раза меньше по сравнению с проектом X , вероятность убытков будет значительно выше. Следовательно, прежде чем использовать σ в качестве меры *относительного* риска инвестиций с различной ожидаемой доходностью, необходимо стандартизировать среднее квадратическое отклонение и рассчитать риск, приходящийся на единицу доходности. Сделать это можно при помощи *коэффициента вариации*, который представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к ожидаемому значению доходности:

$$CV = \frac{\sigma}{k} \quad (2.4)$$

Проект X $CV_X = 10\% / 30\% = 0.33$, проект Y $CV_Y = 5\% / 10\% = 0.50$

Таким образом, видно, что на самом деле по проекту Y риск на единицу ожидаемой доходности больше по сравнению с таковым проекта X . Следовательно, можно утверждать, что проект Y является более рисковым, чем проект X , несмотря на то что среднее квадратическое отклонение для проекта X выше, чем для проекта Y .

В 4-й строке табл. 2.2 приведены значения коэффициентов вариации для четырех исходных вариантов инвестирования. Как следует из данных таблицы, классификация проектов по коэффициенту вариации как мере риска отличается от классификации, основанной на измерении риска с помощью σ : проект 2 является более рисковым, чем проект 1, по критерию среднего квадратического отклонения, а после корректировки **различий** в доходности и измерения риска с помощью коэффициента вариации вывод будет прямо противоположным.

их ожидаемая доходность составляет 9,2%, рассчитаем полудисперсию в соответствии с формулой 2.2а

$$SV = \sum_{i=1}^3 (k_i - k)^2 P_i = (8,0 - 9,2)^2 0,5 + (8,5 - 9,2)^2 0,20 + (9,0 - 9,2)^2 0,50 = 0,19$$

Показатели полудисперсии четырех вариантов инвестирования, перечисленных в табл. 2.1, имеют следующие значения: 0,00, 0,19, 12,54 и 11,60. Если распределение симметрично, то полудисперсия составляет половину дисперсии. Это верно для проекта 2. Однако полудисперсия проекта 1 составляет более половины дисперсии — поскольку распределение доходности проекта 1 имеет левостороннюю асимметрию, его дисперсия занижает риск получения доходности ниже ожидаемого значения. Полудисперсия **корпоративных облигаций** меньше половины дисперсии — поскольку распределение доходности имеет правостороннюю асимметрию, его дисперсия завышает риск получения доходности ниже ожидаемого значения. Финансовая статистика, как правило, недостаточно точна, чтобы применять к ней высокоточные аналитические методы, а большинство распределений, которые мы рассматриваем, близко к симметричным, поэтому мы остановимся на дисперсии и среднем квадратическом отклонении как мерах разброса.

Субъективные и объективные распределения вероятностей

Во всех четырех предыдущих примерах при построении распределений вероятностей использовались субъективные оценки риска и доходности в будущем, или оценки *ex ante*. Те же методы можно применять и к фактическим, или *ex post*, данным для получения *объективных*, а не *субъективных* оценок риска, при условии, что имеются в наличии временные ряды данных. Например, предположим, что инвестиции, аналогичные инвестициям проекта 2, осуществлялись ежегодно в течение последних 10 лет. В данном случае имеется 10 фактических значений доходности, k , этого проекта. Эти значения **можно** использовать для расчета динамических *средних* значений доходности, $\bar{k}_{Avg}$, дисперсии и среднего квадратического отклонения для проекта 2:

$$\begin{aligned} 1) \quad \bar{k}_{Avg} &= \frac{\sum_{t=1}^n \bar{k}_t}{n}, \\ 2) \quad \sigma^2 &= \frac{\sum_{t=1}^n (\bar{k}_t - \bar{k}_{Avg})^2}{n - 1}, \\ 3) \quad \sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\bar{k}_t - \bar{k}_{Avg})^2}{n - 1}} \end{aligned}$$

Эти формулы обычно используются для анализа выборочных данных, а исходные данные рассматриваются как выборка из более крупной совокупности. Использование временных рядов в прогнозных целях основывается на предположении, что существующие тенденции сохранятся и в будущем. Если это так, временные ряды можно использовать как основу для составления прогнозов, а полученные средние значения доходности, дисперсии, среднего квадратического отклонения и коэффициента вариации — для оценки проекта 2. Совершенно очевидно также, что такой анализ неприменим для оценки новых проектов — если нет соответствующих временных рядов данных, необходимо основываться **на субъективных оценках вероятностей**.

Проведенный анализ субъективных и объективных распределений вероятностей позволяет сделать важный вывод: в финансовом анализе мы, как правило, сталкиваемся с *двумя* источниками риска: 1) риск, связанный с неопределенностью исходов при заданном распределении вероятностей, и 2) дополнительный риск, связанный с тем, что используемые распределения вероятностей сами по себе могут содержать неточности. Анализируя риск, можно производить абсолютно точные расчеты, однако на самом деле они в значительной степени субъективны.

Вопросы для самопроверки

Какие показатели оценки общего риска вам известны?

Является ли один из них более предпочтительным по сравнению с остальными?

Поясните различие между субъективными и объективными распределениями вероятностей

Анализ рыночного риска: активы, входящие в портфель

В предыдущих разделах оценивалась рисковость четырех альтернативных вариантов инвестиций в предположении, что каждый из них рассматривается

изолированно. Рассмотрим теперь оценку рисковости активов, объединенных в *портфель*, в том числе и при различном их сочетании. Как будет показано ниже, актив, входящий в портфель, обычно является менее рисковым, чем если бы он был изолирован. Действительно, актив, имеющий сам по себе высокий уровень риска, может оказаться безрисковым, если он входит в портфель, состоящий из большого числа различных активов. Таким образом, рассмотрение риска портфеля может привести к кардинальному изменению выводов в отношении общего риска.

Ожидаемая доходность портфеля

Ожидаемая доходность портфеля представляет собой взвешенную среднюю из показателей ожидаемой доходности отдельных ценных бумаг, входящих в данный портфель.

$$k_p = \sum_{i=1}^n x_i \hat{k}_i, \quad (2.5)$$

где k_p — ожидаемая доходность портфеля; x_i — доля портфеля, инвестируемая в i -й актив; $\hat{k}_i$ — ожидаемая доходность i -го актива; n — число активов в портфеле. Например, предположим, что ожидаемая доходность акций A $k_A = 10\%$, а акций B $k_B = 15\%$. Если весь капитал вложить в акции A , ожидаемая доходность портфеля $k_p = k_A = 10\%$. Если инвестировать капитал только в акции B , ожидаемая доходность инвестиций составит $k_p = k_B = 15\%$. При инвестировании капитала в акции равными долями ожидаемая доходность портфеля будет равна средневзвешенной из доходностей акций: $k_p = 0.5 \cdot 10\% + 0.5 \cdot 15\% = 12.5\%$. По истечении года фактические значения доходности акций A и B , а следовательно и портфеля в целом, возможно, будут не совпадать с их ожидаемыми значениями.⁵

Риск портфеля

Как было отмечено, ожидаемая доходность портфеля представляет собой средневзвешенную из ожидаемых доходностей отдельных акций, входящих в портфель, а вклад каждой акции в ожидаемую доходность портфеля равен $x_i \hat{k}_i$. Что касается средних квадратических отклонений портфеля, σ_p , и составляющих его ценных бумаг, то они подобным алгоритмом уже не связаны. Теоретически можно подобрать две акции, каждая из которых имеет высокий уровень риска, характеризуемый показателем среднего квадратического отклонения, и составить из этих высокорисковых активов портфель, который окажется абсолютно безрисковым, т. е. $\sigma_p = 0\%$. Чтобы проиллюстрировать сказанное, рассмотрим пример, приведенный на рис. 2.2, где показаны фактические значения доходности акций W и M , а также портфеля, в который эти две акции входят равными долями (акции получили названия W и M , поскольку графики их доходности сходны с написанием этих букв). На рис. 2.2, а представлено изменение фактической доходности с течением вре-

⁵ Фактическое значение доходности портфеля рассчитывается по такому же алгоритму, что и ожидаемое значение: $k_p = \sum_{i=1}^n x_i k_i$, где k_i — фактическая доходность i -го актива.

мени, на рис 2 2, б — распределения вероятностей значений доходности в предположении, что они являются близкими к нормальному. Каждая из акций имеет среднее квадратическое отклонение $\sigma_i = 22.6\%$ и, будучи рассмотренной изолированно, является **высокорисковой**, однако объединение их в портфель W , M с $\sigma_p = 0.0\%$ приводит к тому, что они становятся **безрисковыми**

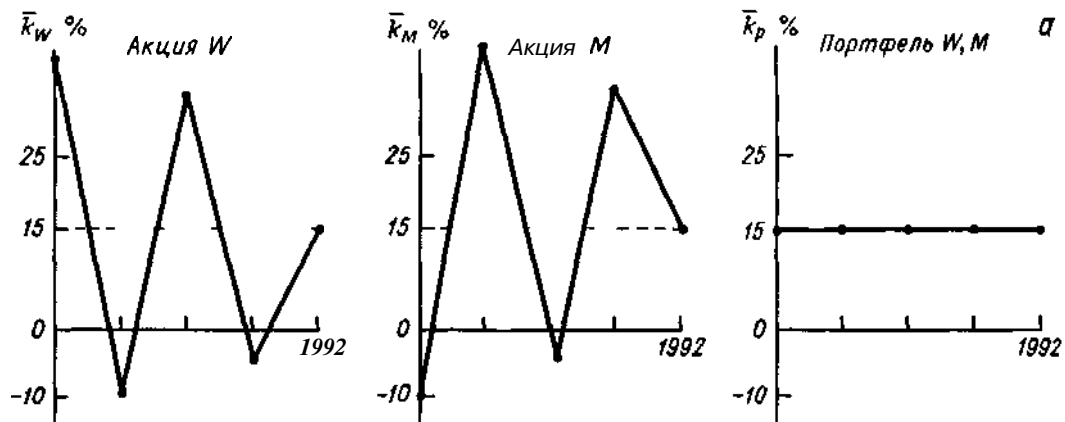
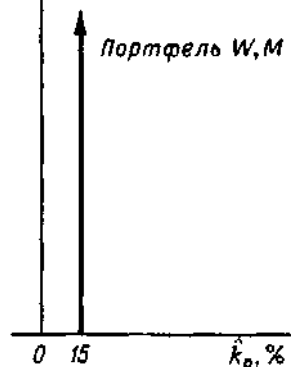
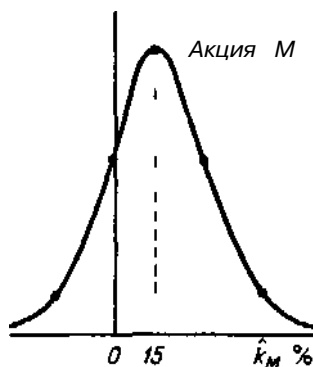
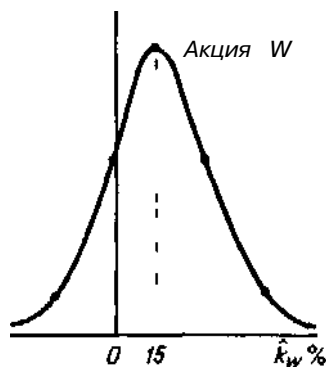
Из акций W и M можно составить безрисковый портфель, поскольку показатели их доходности изменяются в противоположных направлениях: когда доходность W уменьшается, доходность M возрастает, и наоборот. Если говорить языком статистики, между показателями доходности акций W и M имеет место **обратная функциональная связь**, т. е. коэффициент корреляции $r = -1.0$.⁶

Случаем, противоположным функциональной обратной связи ($r = -1.0$), является прямая функциональная зависимость ($r = +1.0$). Показатели доходности двух акций в этом случае изменяются в одном и том же направлении, а риск портфеля, состоящего из двух таких акций, будет равен риску каждой из этих акций. На рис. 2.3 приводится графическая иллюстрация этой ситуации — объединение в портфель акций M и M' , между которыми существует прямая функциональная связь. Видно, что средние квадратические отклонения портфеля и его составляющих совпадают, следовательно, диверсификация в этом случае не приводит к снижению риска.

Из рис 2 2 и 2 3 следует: 1) если между акциями существует обратная функциональная связь ($r = -1.0$), риск портфеля может быть сведен к нулю, и 2) если между акциями имеет место прямая функциональная связь ($r = +1.0$), диверсификация не приводит к снижению риска. В действительности **большинство** акций положительно коррелируют друг с другом, но эта связь не является функциональной. Коэффициент корреляции двух случайным образом выбранных акций на Нью-Йоркской фондовой бирже составляет около $+0.6$, а в большинстве случаев r лежит в пределах от $+0.5$ до $+0.7$. При таких условиях объединение акций в портфель снижает риск, однако полностью его не **элиминирует**. Графически ситуация объединения в портфель двух акций с коэффициентом корреляции $r = +0.65$ представлена на рис 2.4. Средняя фактическая доходность портфеля равна 15.0% и совпадает со средней фактической доходностью каждой из акций. Между тем среднее квадратическое отклонение портфеля, равное 20.6% , меньше, чем среднее квадратическое отклонение любой из акций. Таким образом, риск портфеля *не* равен среднему из рисков составляющих его акций, а диверсификация приводит к снижению, но не к полному устранению риска.⁷

⁶**Корреляцией** называется тенденция двух переменных к совместному изменению. Сила этой тенденции измеряется с помощью *коэффициента корреляции*, r , который **лежит** в пределах от $+1.0$, что означает тождественное изменение переменных в одинаковом направлении, до -1.0 , что означает изменение значений двух переменных в абсолютно противоположных направлениях. Равенство коэффициента корреляции нулю указывает на отсутствие связи между переменными, т. е. на то, что изменения одной из них *не зависят* от изменений другой. Более детально корреляция будет рассмотрена нами в следующем разделе.

⁷Если точнее, риск портфеля, состоящего из двух акций, меньше риска любой из них только в том случае, если коэффициент корреляции между этими акциями меньше, чем отношение их средних квадратических отклонений, которое рассчитывается делением меньшего из них на большее. Так, для того чтобы риск портфеля A и B был меньше риска акции A , необходимо выполнение неравенства $r_{AB} < \sigma_A / \sigma_B$.

Плотность
распределенияПлотность
распределенияПлотность
распределения

Год	Акция W k_W %	Акция M k_M %	Портфель W, M $k_P, \%$
1988	40	-10	15
1989	-10	40	15
1990	35	5	15
1991	-5	35	15
1992	15	15	15
Средняя доходность	15	15	15
Среднее квадратичное отклонение	22,6	22,6	0,0

Рис 2.2 Распределения доходности акций W и M, связанных обратной функциональной связью ($\gamma = -1,0$), и портфеля W, M

a — доходность, b — распределение вероятностей значений доходности

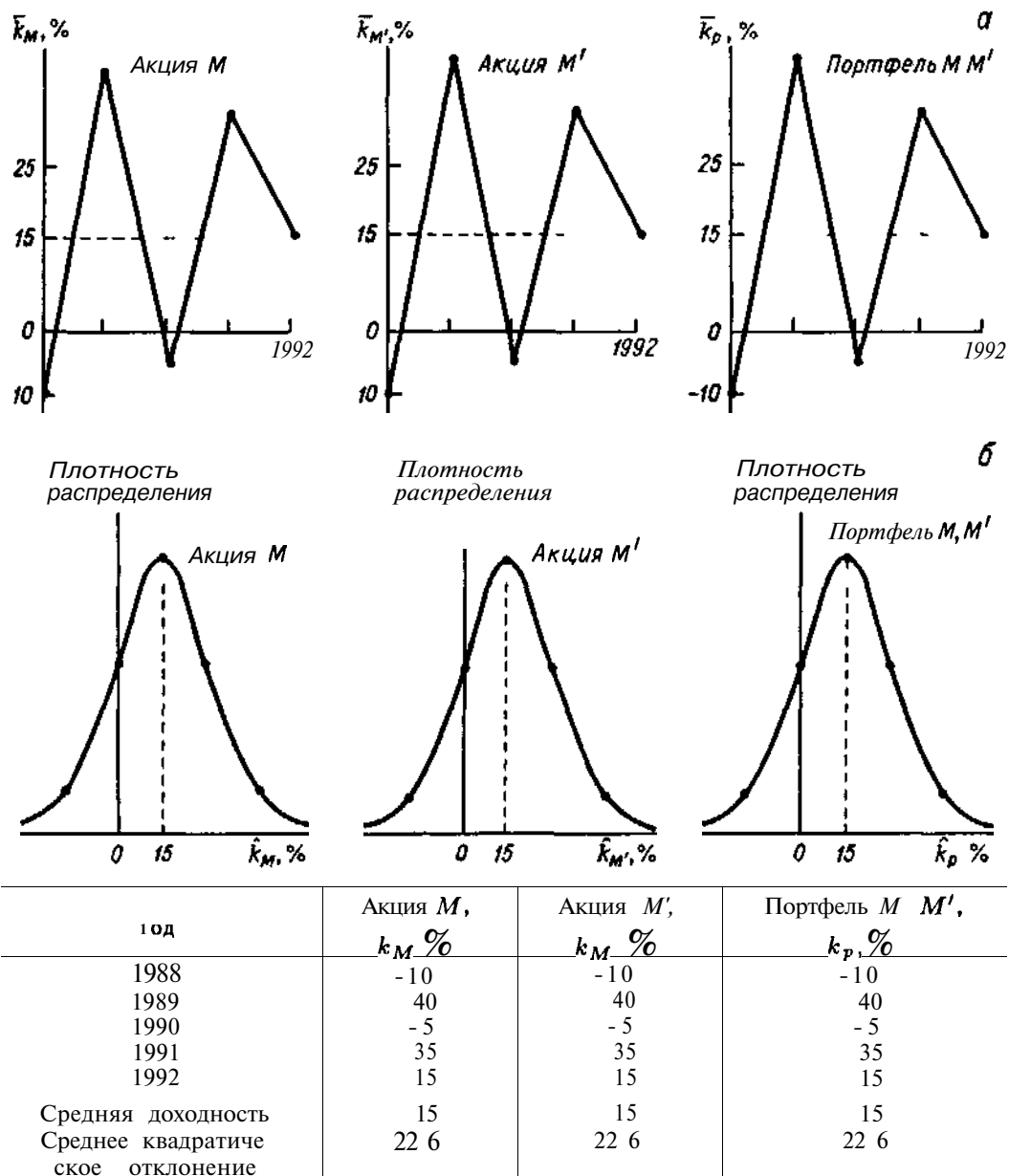
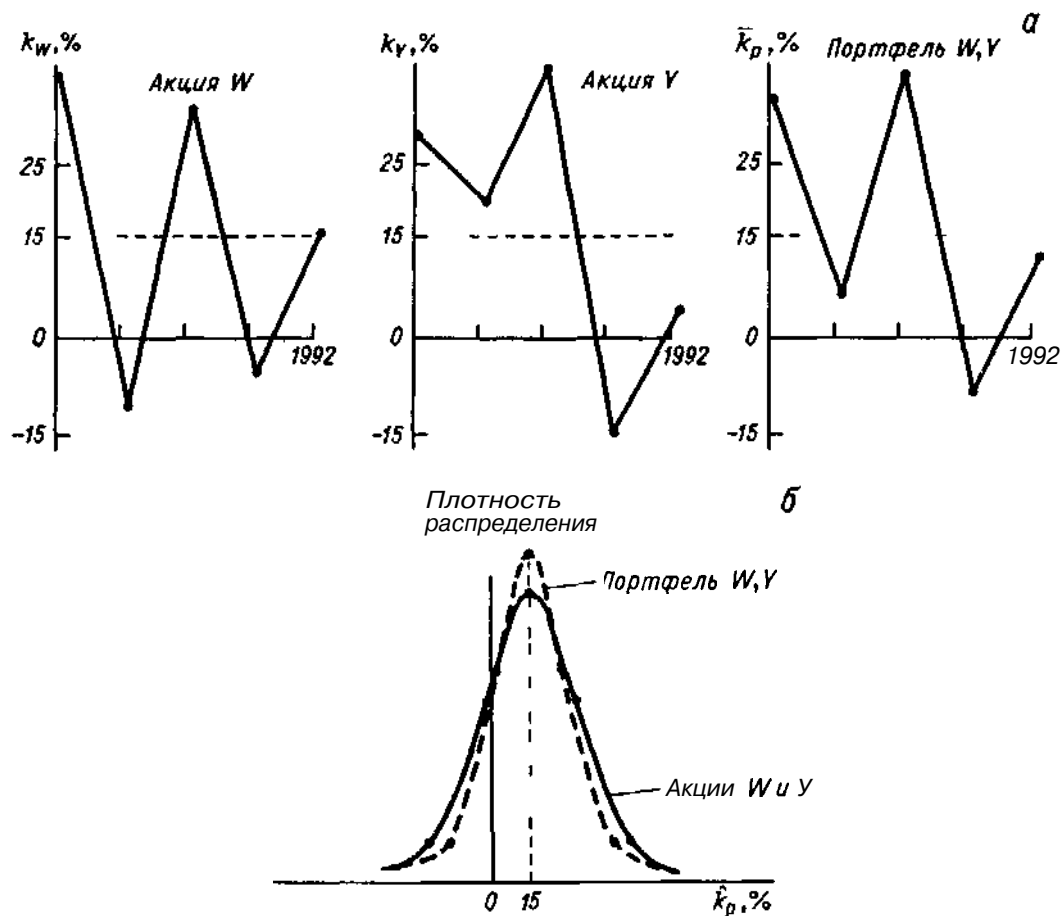


Рис 2.3 Распределения доходности акций M и M' , связанных прямой функциональной связью ($r = +1.0$), и портфеля M, M'
Обозначения те же, что на рис. 2.2



Год	Акция W k_W %	Акция Y k_Y %	Портфель W Y k_p %
1988	40	28	34
1989	-10	20	5
1990	35	41	38
1991	-5	-17	-11
1992	15	3	9
Средняя доходность	15	15	15
Среднее квадратическое отклонение	22.6	22.6	20.6

Рис 2.4 Распределения доходности двух коррелирующих акций ($r = +0.65$) и портфеля W, Y.

Обозначения те же, что на рис 2.2

Из приведенного примера следует, что в одном из экстремальных случаев ($\gamma = -1.0$) риск может быть полностью сведен к нулю, а в другом ($\gamma = +1.0$) Диверсификация вообще не приводит к снижению риска. Во всех остальных случаях объединение двух акций в портфель позволяет лишь снизить, но не элиминировать риск владения каждой из акций.⁸

Измерение риска портфеля

В предыдущем разделе анализ риска портфеля выполнялся в самом общем виде. Целесообразно рассмотреть, каким образом риск портфеля измеряется и исследуется на практике. Во первых, мерой риска портфеля может служить показатель среднего квадратического отклонения распределения доходности, для расчета которого используется формула⁹

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (k_{pi} - k_p)^2 P_i}, \quad (2.6)$$

где k_{pi} — доходность портфеля, соответствующая i -му состоянию экономики, k_p — ожидаемая доходность портфеля, P_i — вероятность того, что экономика будет находиться в i -м состоянии.

Эта формула полностью совпадает с формулой расчета среднего квадратического отклонения отдельного актива (2.3), за исключением того факта, что в данном случае под активом понимается портфель активов (например, взаимный фонд).

Ковариация и коэффициент корреляции. Основными понятиями, используемыми для анализа портфеля, являются: 1) ковариация и 2) коэффициент корреляции. Ковариация — это мера, учитывающая дисперсию (или разброс) индивидуальных значений доходности акции и силу связи между изменением доходностей данной акции и всех других акций. Например, ковариация между акциями A и B показывает, существует ли взаимосвязь между увеличением и уменьшением значения доходности этих акций, и, кроме того, показывает силу (той взаимосвязи). Ковариация (Cov) между акциями A и B рассчитывается следующим образом:

$$\text{Cov}(A, B) = \sum_{i=1}^n (k_{Ai} - k_A)(k_{Bi} - k_B)P_i \quad (2.7)$$

Первый множитель в круглых скобках после знака суммы представляет собой отклонение доходности акции A от ее ожидаемого значения при i -м состоянии

⁸В приведенных примерах для простоты рассматривались акции, имеющие одинаковые значения средней фактической доходности и среднего квадратического отклонения. Рассмотрение акций, имеющих различные значения указанных показателей, приводит к тем же результатам.

⁹Для измерения риска портфеля можно также использовать и другие показатели. Например коэффициент вариации или полудисперсию, однако, поскольку доходность портфеля имеет приблизительно нормальное распределение и ожидаемые ее значения практически равны, в целом нет необходимости в дополнительных уточнениях, поэтому эти показатели не используются.

Таблица 2 3

Распределения вероятностей доходности акций E F G и $Я$ (в %)

Вероятность	E	F	G	$Я$
0.1	100	60	140	20
0.2	10.0	80	120	60
0.4	100	100	100	90
0.2	10.0	12.0	80	150
0.1	10.0	14.0	60	200
K	10.0	10.0	10.0	100
a	0.0	2.2	2.2	50

экономики; второй множитель — это отклонение доходности акции B для того же состояния экономики; P_i — вероятность того, что экономика будет находиться в i -м состоянии; n — общее число состояний. Перед тем как перейти к примерам, отметим следующее.

1 Если значения доходности акций A и B изменяются в одинаковом направлении, оба множителя в скобках будут либо положительными, либо отрицательными при любом состоянии экономики; т. е. если k_{A_i} превышает ожидаемое значение k_A , то k_{B_i} , как правило, также будет больше, чем k_B , и наоборот. В этом случае произведение $(k_{A_i} - k_A)(k_{B_i} - k_B)$ будет положительным, тогда как при изменении значений доходности в противоположных направлениях результат будет отрицательным. Однако если колебания доходностей двух акций имеют случайный характер, их произведение будет принимать то положительные, то отрицательные значения, а их сумма будет стремиться к нулю вследствие взаимного погашения положительных и отрицательных величин. Таким образом, если доходности акций A и B изменяются однонаправленно, ковариация между ними, $Cov(A, B)$, будет положительной, а если они изменяются в противоположных направлениях, $Cov(A, B)$ будет отрицательной. Если их колебания носят случайный характер, $Cov(A, B)$ может быть как положительной, так и отрицательной, но в любом случае она окажется близкой к нулю.

2 Если доходность либо A , либо B имеет высокую степень неопределенности, ее среднее квадратическое отклонение будет достаточно большим, соответствующие множители в скобках и, следовательно, их произведения также будут большими, в результате чего абсолютное значение $Cov(A, B)$ окажется высоким. Однако $Cov(A, B)$ будет низкой даже в условиях, когда σ_A и/или σ_B относительно высоки, если колеблемость A и B является случайной, поскольку положительные и отрицательные значения в этом случае будут взаимопогашаться.

3. Если среднее квадратическое отклонение одной из акций равно нулю и, следовательно, она является безрисковой, то любое из отклонений $(k_i - k)$ будет равно нулю, следовательно, $Cov(A, B)$ также будет иметь нулевое значение. Аналогичным образом, если один из активов не является абсолютно безрисковым, однако его риск сравнительно мал, соответствующие отклонения также будут небольшими, что приведет к уменьшению $Cov(A, B)$.

4 Следовательно, $Cov(A, B)$ имеет высокое положительное значение, если значения доходности двух активов изменяются однонаправленно и имеют высокую степень колеблемости, она имеет высокое отрицательное значение, если

значения доходности изменяются в противоположных направлениях; и **нако**нец, она является низкой, если колебания показателей доходности двух активов в сторону увеличения или уменьшения носят случайный характер, либо колеблемость значений одного из активов невелика

Для иллюстрации алгоритма расчетов обратимся к данным табл. 2.3, в которой приводятся распределения вероятностей доходности четырех акций, и рис. 2.5, на котором построены графики разброса доходностей некоторых пар акций. Используя формулу (2.7), рассчитаем ковариацию между акциями F и G

$$\begin{aligned} \text{Cov}(F, G) &= \sum_{i=1}^{\sigma} (k_{Fi} - k_F)(k_{Gi} - k_G)P_i = \\ &= (6 - 10)(14 - 10)0.1 + (8 - 10)(12 - 10)0.2 + \\ &+ (10 - 10)(10 - 10)0.4 + (12 - 10)(8 - 10)0.2 + \\ &+ (14 - 10)(6 - 10)0.1 = -4.8 \end{aligned}$$

Отрицательное значение ковариации говорит о том, что значения доходности этих акций изменяются в противоположных направлениях, что соответствует графику на рис. 2.5, б

Расчет ковариации между акциями F и H дает результат $\text{Cov}(F, H) = +10.8$ и показывает, что доходность этих активов изменяется однонаправленно, чему соответствует на рис. 2.5, в острый угол наклона регрессии к оси абсцисс. Нулевое значение ковариации, например между акциями E и F , означает, что взаимосвязь между переменными отсутствует, т.е. они независимы (доходность E всегда равна 10%, следовательно, $\sigma_E = 0\%$, поэтому ковариация E с любой другой акцией должна быть равна нулю).

Содержательно интерпретировать численное значение ковариации достаточно сложно, поэтому очень часто для измерения силы связи между двумя переменными используется другая статистическая характеристика, называемая коэффициентом корреляции. Этот коэффициент позволяет стандартизировать ковариацию путем деления ее на произведение соответствующих средних квадратических отклонений и привести величины к сопоставимому виду. Коэффициент корреляции между переменными A и B рассчитывается следующим образом:

$$r_{AB} = \frac{\text{Cov}(A, B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad (2.8)$$

Знак коэффициента корреляции совпадает со знаком ковариации, поэтому положительная его величина означает однонаправленное изменение переменных, а отрицательная — их изменение в противоположных направлениях. Если значение r близко к нулю, связь между переменными слабая. Кроме того, процедура стандартизации приводит к тому, что коэффициент корреляции принадлежит интервалу от -1.0 до $+1.0$. Отметим также, что формула (2.8) может использоваться для расчета ковариации:

$$\text{Cov}(A, B) = r_{AB} \sigma_A \sigma_B \quad (2.8a)$$

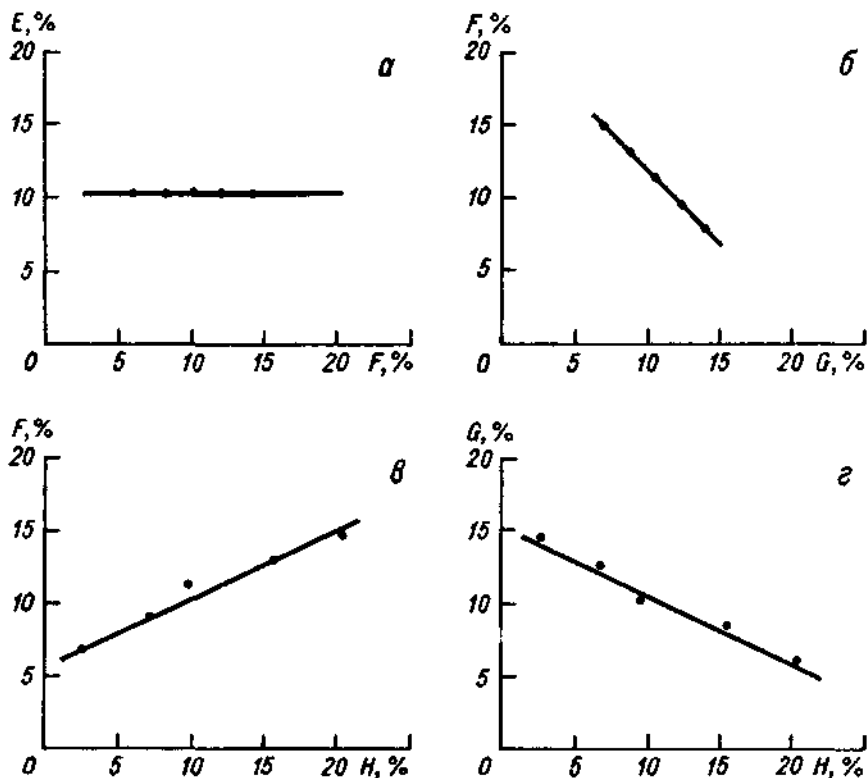


Рис. 2.5. Дискретное распределение (графики разброса).
Доходность **акций**: а — E и F ($r = 0$); б — F и G ($r = -1.0$); в — F и H ($r \approx 0.9$); г — G и H ($r \approx -0.9$). Линии, показанные на каждом графике, называются *линиями регрессии* (подробнее они обсуждаются в главе 3); графики построены исходя из предположения, что все события, показанные точками, имеют равную вероятность появления

Используя (2.8), находим, что коэффициент корреляции между акциями F и G равен -1.0 (не учитывая ошибку округления)

$$r_{FG} = \frac{-4}{22} \frac{8}{22} \approx -1.0$$

Можно сказать, что между этими акциями имеет место обратная функциональная связь. Рис. 2.5 показывает, что угол наклона линии регрессии доходности акций F и G тупой, а все точки принадлежат линии регрессии. Если все точки лежат на линии регрессии, r должно быть равно $+1.0$ при остром угле наклона линии регрессии к оси абсцисс и -1.0 — при тупом.

Коэффициент корреляции между акциями F и H составляет $+0.9$. Таким образом, между ними существует сильная прямая взаимосвязь: соответствующая линия регрессии имеет острый угол наклона, однако не все точки принадлежат этой линии. Как правило, чем меньше расстояние от отдельных точек до линии регрессии, тем выше абсолютное значение коэффициента корреляции, за исключением случая, когда дисперсия одного из активов равна нулю.

Портфель, состоящий из двух активов. Если предположить, что **распределение** доходности отдельных ценных бумаг являются нормальными, то для опре

деления риска портфеля, состоящего из двух активов, может использоваться следующая формула, весьма громоздкая по виду, но достаточно удобная в вычислительном плане¹⁰

$$\sigma_p = \sqrt{x^2 \sigma_A^2 + (1-x)^2 \sigma_B^2 + 2x(1-x)r_{AB}\sigma_A\sigma_B}, \quad (2.9)$$

где x — доля портфеля, инвестируемая в ценную бумагу A , следовательно $1-x$ — доля портфеля, инвестируемая в ценную бумагу B

Вопросы для самопроверки

Что такое портфель активов?

Как измеряется риск портфеля?

Что измеряет коэффициент корреляции?

Эффективные портфели

Одним из важнейших применений статистических методов измерения взаимосвязей является выбор *эффективных* портфелей, т. е. таких портфелей, которые обеспечивают максимальную ожидаемую доходность при любом уровне риска или минимальный уровень риска для любой ожидаемой доходности. Чтобы проиллюстрировать это понятие, предположим, что необходимо вложить капитал в ценные бумаги A и B , причем распределение капитала между этими ценными бумагами может быть любым. Предположим далее, что ожидаемая доходность ценной бумаги A $k_A = 5\%$, среднее квадратическое отклонение доходности $\sigma_A = 4\%$, тогда как $k_B = 8\%$ и $\sigma_B = 10\%$. Наша первоочередная задача состоит в том, чтобы определить множество *допустимых* портфелей и затем выделить из допустимого множества *эффективное* подмножество.

Для определения допустимого множества нужно иметь данные об уровне корреляции между показателями ожидаемой доходности двух ценных бумаг $(r_{A,B})$. Рассмотрим три возможных значения коэффициента корреляции $r_{AB} = +1.0$, $r_{AB} = 0$ и $r_{AB} = -1.0$, и вычислим по этим значениям ожидаемую доходность и среднее квадратическое отклонение портфеля (в действительности, естественно, будет только одно значение коэффициента корреляции; но в примере рассматриваются три альтернативных варианта, которые могут иметь место).

Для расчета k_p будем пользоваться формулой (2.5) и, подставляя соответствующие значения k_A и k_B , найдем значения k_p при разных x . Пусть, например, $x = 0.75$, тогда

$$k_p = x_A k_A + x_B k_B = 0.75 \cdot 5\% + 0.25 \cdot 8\% = 5.75\%$$

¹⁰ Вывод формулы (2.9) из формулы (2.6) приводится в стандартных учебниках по статистике. Отметим, что если портфель состоит только из ценной бумаги A , т. е. $x = 1$, то из (2.9) следует

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_A^2} = \sigma_A$$

Поскольку портфель состоит из одного актива, риск портфеля совпадает с риском этого Актива. Если в формулу (2.9) включить дополнительные слагаемые, ее можно использовать для любого числа активов входящих в портфель.

Таблица 2

Значения k_p и σ_p при различных сочетаниях активов

Доля ценных бумаг A в Портфеле (x)	Доля ценных бумаг B в портфеле $(1 - x)$	Вариант I ($r_{A,B} = +1.0$)		Вариант II ($r_{A,B} = 0$)		Вариант III ($r_{A,B} = -1.0$)	
		k_p %	σ_p %	k_p %	σ_p %	k_p %	σ_p %
1.00	0.00	5.00	4.0	5.00	4.0	5.00	4.0
0.75	0.25	5.75	5.5	5.75	3.9	5.75	0.5
0.50	0.50	6.50	7.0	6.50	5.4	6.50	3.0
0.25	0.75	7.25	8.5	7.25	7.6	7.25	6.5
0.00	1.00	8.00	10.0	8.00	10.0	8.00	10.0

Остальные значения k_p , приведенные в табл. 2.4, найдены аналогичным образом.

Для расчета σ_p используется формула (2.9). Подставляя соответствующие значения σ_A , σ_B и $r_{A,B}$, можно рассчитать σ_p для различных значений x . Например, если $r_{A,B} = 0$, $x = 0.75$, то $\sigma_p = 3.9\%$.

$$\sigma_p = \sqrt{x^2 \sigma_A^2 + (1-x)^2 \sigma_B^2 + 2x(1-x)r_{A,B}\sigma_A\sigma_B} =$$

$$= \sqrt{0.5625 \cdot 16 + 0.0625 \cdot 100 + 2 \cdot 0.75 \cdot 0.25 \cdot 0.4 \cdot 10} = 3.9\%$$

В табл. 2.4 приведены значения k_p и σ_p . На рис. 2.6 представлены графики k_p , σ_p и допустимого множества портфелей для каждого значения коэффициента корреляции. При анализе данных таблицы и графиков следует принимать во внимание следующее:

1. Три графика в верхней части рис. 2.6 соответствуют варианту прямой функциональной связи между двумя активами с $r_{A,B} = +1.0$. Три графика в середине рис. 2.6 соответствуют варианту независимости активов, когда коэффициент корреляции равен нулю, а три графика в нижней части рисунка — варианту обратной функциональной связи.

2. Все три варианта являются теоретическими в том смысле, что на практике они встречаются чрезвычайно редко. В реальной действительности $r_{A,B}$ большинства акций находится в пределах от +0.5 до +0.7. Графики, соответствующие варианту II, наиболее близки к реальным примерам с точки зрения формы представленных на них кривых.

3. При рассмотрении рис. 2.6 в вертикальном разрезе левый ряд графиков (рис. 2.6, а) характеризует изменение ожидаемой доходности портфеля в зависимости от различных сочетаний A и B . Видно, что в каждом случае эти графики абсолютно идентичны: доходность портфеля k_p есть линейная функция от x и не зависит от значений коэффициента корреляции активов портфеля. Это видно из приведенных в табл. 2.4 значений k_p .

4. Рис. 2.6, б характеризует влияние на риск структуры портфеля. Видно, что риск портфеля σ_p является линейным в варианте I при $r_{A,B} = +1.0$, он нелинеен в варианте II, а в варианте III для $r_{A,B} = -1.0$ может быть полностью сведен к нулю. Таким образом, σ_p в отличие от k_p зависит от коэффициента корреляции.

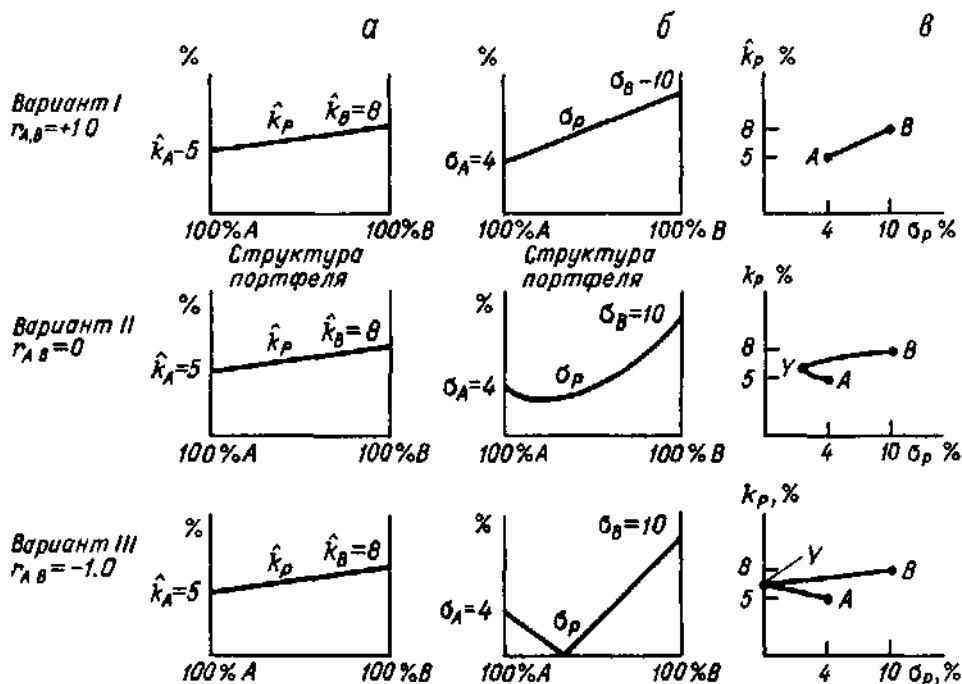


Рис 2.6. Доходность и риск портфеля при различном сочетании активов
а — доходность, б — риск; в — взаимосвязь риска и доходности

5 На рис 2.6,в показано *допустимое*, или *возможное*, множество портфелей, имеющих различную структуру. По данным табл 2.4 на каждый из трех графиков были нанесены значения пар точек k_p и σ_p . Например, точка А верхнего графика имеет координаты $k_p = 5\%$, $\sigma_p = 4\%$ и соответствует варианту I табл. 2.4. Все остальные точки кривых были получены аналогичным образом. Если рассматривать только две ценные бумаги, допустимое множество будет представлять собой отрезок кривой или прямой, причем любая комбинация риска и доходности на соответствующей кривой может быть получена путем распределения денежных средств между ценными бумагами А и В.

6 Являются ли все портфели, принадлежащие допустимому множеству, в равной степени хорошими? Ответ однозначен: нет. Только часть допустимого множества, лежащую в вариантах II и III между точками У и В, можно считать *эффективной*. Участок между точками А и У не является эффективным, поскольку при любом уровне риска на отрезке АУ можно получить более высокую доходность, принадлежащую отрезку УВ. Таким образом, ни у одного рационального инвестора не будет портфеля, принадлежащего отрезку АУ. Однако в варианте I все допустимое множество является эффективным — ни одно из сочетаний ценных бумаг не *может* быть исключено из рассмотре

ния. Из приведенных примеров следует, что в одном из экстремальных случаев ($r = -1.0$) риск может быть полностью элиминирован, тогда как в другом экстремальном случае ($r = +1.0$) диверсификация не приводит к каким-либо улуч

шениям. Во всех остальных случаях объединение двух акций в портфель ведет к снижению риска отдельных акций, однако не устраняет его полностью.¹¹

Портфель, состоящий из множества активов

Что произойдет, если добавлять в портфель все большее количество новых акций? Как правило, риск портфеля будет уменьшаться по мере увеличения числа акций. Если дополнить портфель достаточно большим количеством акций, можно ли полностью свести риск к нулю? В целом ответ на этот вопрос отрицательный, однако степень воздействия добавления новых акций на снижение риска портфеля зависит от уровня корреляции между отдельными акциями: чем меньше значение коэффициента корреляции, тем ниже риск крупного портфеля. На самом деле если бы в распоряжении инвестора имелось достаточно акций с коэффициентом корреляции, равным нулю (или отрицательным), риск можно было бы полностью элиминировать. Однако в большинстве случаев коэффициенты корреляции между отдельными акциями положительны, но не достигают +1.0, поэтому можно лишь снизить риск портфеля, но не устранить его полностью.

Как было отмечено ранее, очень трудно, даже практически невозможно, подобрать такие акции, коэффициент корреляции между показателями ожидаемой доходности которых является отрицательным, — большинство акций приносят хороший доход в условиях прогрессирующей экономики и являются убыточными в случае экономической нестабильности.¹² Таким образом, даже очень крупные портфели имеют некоторую долю риска. Рассмотрим, например, рис. 2.7, на котором приведена взаимосвязь между уровнем диверсификации портфеля, сформированного из акций Нью-Йоркской фондовой биржи, и приписанным ему риском. На график нанесены средние квадратические отклонения портфеля, состоящего из одной акции со средней доходностью, из двух акций со средней доходностью и т. д. до тех пор, пока в портфель не вошли все обыкновенные акции, котирующиеся на бирже (около 1800). Из графика следует, что риск портфеля, состоящего из акций биржи, имеет тенденцию к снижению и достижению асимптотического предела по мере увеличения размера портфеля.

¹¹Если продифференцировать σ_p из формулы (2.9), приравнять производную к нулю и решить относительно x , можно найти долю ценных бумаг A в портфеле, при которой риск портфеля минимален. Эта формула выглядит следующим образом:

$$x = \frac{\sigma_B(\sigma_B - r_{AB}\sigma_A)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2r_{AB}\sigma_A\sigma_B}$$

Как правило, x принадлежит интервалу от 0 до +1.0, т. е. если найденное значение $x > 1.0$, ему присваивается значение $x = 1.0$, а если значение x отрицательно, полагают $x = 0$. Отрицательное значение x подразумевает «короткую» продажу, а значение $x > 1$ означает привлечение кредита для покупки ценных бумаг A .

¹²Нетрудно найти несколько акций, доходность которых падала под влиянием ряда особых обстоятельств, в то время как доходность по большинству других акций увеличивалась, гораздо труднее это спрогнозировать, т. е. подобрать такие ценные бумаги, в отношении которых можно утверждать, что доходность по ним снизится, несмотря на то что в среднем на рынке она возрастает.

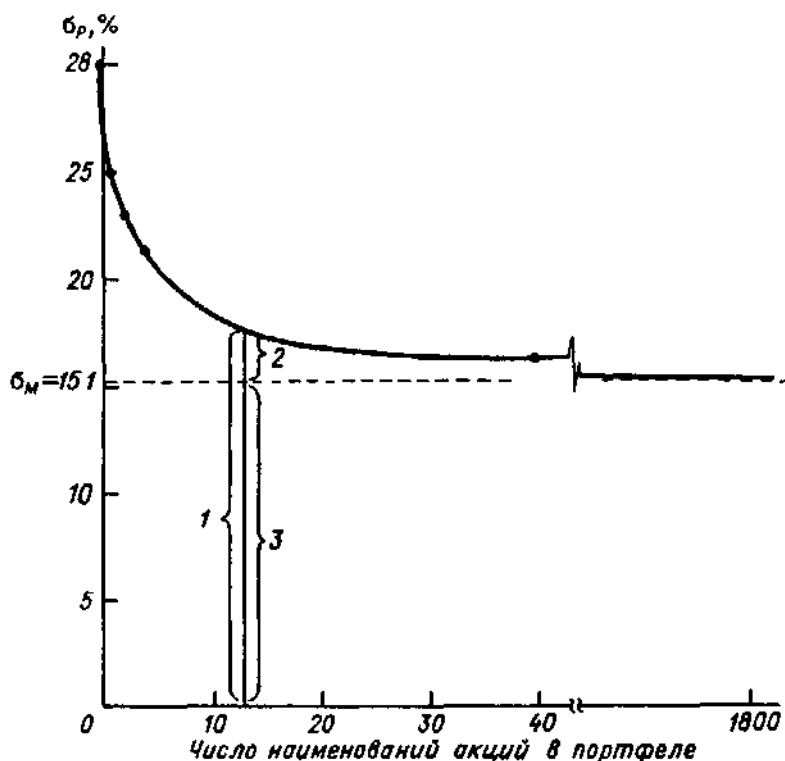


Рис. 2.7. Зависимость риска портфеля от степени диверсификации
 1 — общий риск; 2 — специфический для компании, или диверсифицируемый, риск; 3 — недиверсифицируемый риск, связанный с конъюнктурными колебаниями (рыночный риск)

Согласно данным за последние несколько лет, σ_1 , или среднее квадратическое отклонение портфеля, состоящего из одной акции (или просто средней акции), равно приблизительно 28%, портфель, состоящий из всех акций и называемый *рыночным портфелем*, имеет среднее квадратическое отклонение, σ_M , около 15.1%

Так как риск акции, рассматриваемой изолированно, составляет в среднем $\approx 28\%$, а риск очень крупного портфеля $\sigma_M \approx 15.1\%$, практически половина риска, присущего средней акции, может быть элиминирована через владение портфелем. Более того, совсем не обязательно включать в портфель все акции — портфель, состоящего приблизительно из 40 случайным образом отобранных акций, будет близкой к σ_M

Вопросы для самопроверки

Дайте определение понятия «эффективный портфель»

Объясните, что произойдет с риском портфеля, если в портфель, состоящий из одной средней акции, включать все большее число отбираемых случайным образом новых акций.

Элементы общего риска акции

Доля общего риска, которую можно устранить путем владения хорошо **диверсифицированным** портфелем, называется *диверсифицируемым риском*. Этот риск может быть вызван событиями, специфическими для фирмы, например судебными процессами, забастовками, успехами или неудачами в реализации маркетинговых программ, а также получением прибыли или убытков от основной деятельности. Поскольку события, относящиеся к отдельной фирме (или отрасли), носят случайный характер, их воздействие на инвестиционный **портфель** можно устранить с помощью диверсификации. Плохое положение дел в **одной** компании компенсируется хорошим финансовым состоянием другой. *Недиверсифицируемый*, или *рыночный*, *риск* появляется под воздействием таких событий общего характера, как например война, инфляция, экономический спад, увеличение процентных ставок, которые влияют на состояние дел любой фирмы и, следовательно, не могут быть устранены через диверсификацию. Рыночный риск часто называют *систематическим риском*, поскольку он характеризует уровень систематического изменения курса акции по сравнению с другими акциями, а диверсифицируемый риск иногда называют *несистематическим*.

Известно, что инвесторы предполагают получить премию за риск, иными словами, чем выше риск ценной бумаги, тем более высокой должна быть ее ожидаемая доходность, чтобы стимулировать инвестора купить данную ценную бумагу. Однако если инвесторов в первую очередь интересует *риск портфеля*, а не риск отдельных ценных бумаг, его составляющих, каким образом следует измерять рисковость отдельных акций? Ответ на этот вопрос состоит в следующем: *релевантный риск отдельной акции — это ее доля в риске хорошо диверсифицированного портфеля*. Иными словами, риск акции X для врача, владеющего портфелем из 40 акций, или для служащего треста, управляющего портфелем из 150 акций, — это воздействие акции X на риск портфеля. Акция, рассматриваемая в отдельности, может быть чрезвычайно рискованной, однако если большую часть ее риска можно устранить с помощью диверсификации, *релевантный риск* этой акции, который представляет собой долю акции в риске портфеля в целом, может оказаться низким.

Вопросы для самопроверки

Объясните различие между диверсифицируемым и рыночным риском. Какой из этих видов риска является релевантным и почему?

Выбор оптимального портфеля

Как показано на рис. 2.6, *в*, допустимое множество портфелей, состоящих только из двух активов, представляет собой прямую или кривую. При увеличении числа активов линия трансформируется в некоторую область, например показанную на рис. 2.8. Точки A , H , G и E соответствуют отдельным ценным бумагам (или портфелям, состоящим только из одной ценной бумаги). Все остальные точки заштрихованной области, включая ее границы, соответствуют портфелям, состоящим из двух или более акций. Эта область называется *допустимым*, или *возможным*, *множеством*. Каждая точка области соответ

ствует портфелю с риском σ_p и ожидаемой доходностью k_p . Например, Координаты точки X — это значения риска и доходности одного из таких Портфелей. То же можно утверждать про точки B , C и D .

Множество потенциальных портфелей, которые можно составить из имеющихся на рынке активов, велико. Естественно, возникает задача составления оптимального портфеля. Процедура такого выбора основывается на двух независимых решениях: 1) определение эффективного множества портфелей и 2) выбор из этого эффективного множества единственного портфеля, который является наилучшим для отдельного инвестора.

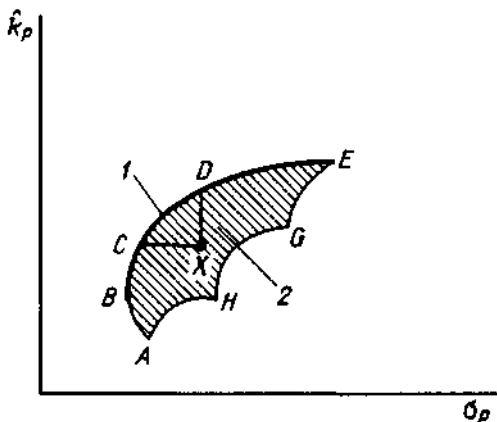


Рис. 2.8 Эффективный набор инвестиций. 1 — эффективный набор ($BCDE$); 2 — возможный набор

Граница эффективности

Граница $BCDE$ на рис. 2.8 определяет эффективное множество портфелей и называется также *границей эффективности* (**efficient frontier**)¹³. Портфели, лежащие слева от эффективного множества, использовать невозможно, поскольку они не принадлежат допустимому множеству. Портфели, лежащие справа от границы (внутренние портфели), являются неэффективными, поскольку существуют другие портфели, которые при данном уровне риска обеспечивают более высокую доходность либо более низкий риск для данного значения доходности. Например, портфели C и D более предпочтительны, чем портфель X .

Кривые безразличия риск—доходность

Какой конкретный портфель следует выбрать инвестору из всего эффективного множества портфелей? Для того чтобы определить портфель, оптимальный с точки зрения отдельного инвестора, нужно знать его отношение к риску, проявляющееся в выборе параметров функции, описывающей взаимосвязь между риском и доходностью и называемой *кривой безразличия* (*indifference curve*).

В основе построения этой функции заложены стандартные экономические концепции теории полезности и кривых безразличия, примеры которых приведены на рис. 2.9. Кривые I_U и I_Z — это кривые безразличия инвесторов Y и Z . По мнению m с 1 , портфель с ожидаемым уровнем доходности в 5% является безрисковым, портфелю с ожидаемым уровнем доходности в 6% уже присущ риск в размере $\sigma_p = 1.4\%$, и т. д. М-р Z также считает безрисковым портфель с уровнем доходности в 5%, рисковость портфеля с уровнем доходности в 6% он оценивает величиной $\sigma_p = 3.3\%$, и т. д.

¹³ Алгоритм определения эффективного множества портфеля был разработан Гарри Марковицем (*Markowitz H. M. Portfolio Selection // Journ. Finance. 1952. March. P. 77-91*). В этой статье Марковицем были впервые обоснованы ключевые понятия теории портфеля. Позднее за эту работу он получил Нобелевскую премию в области экономики.

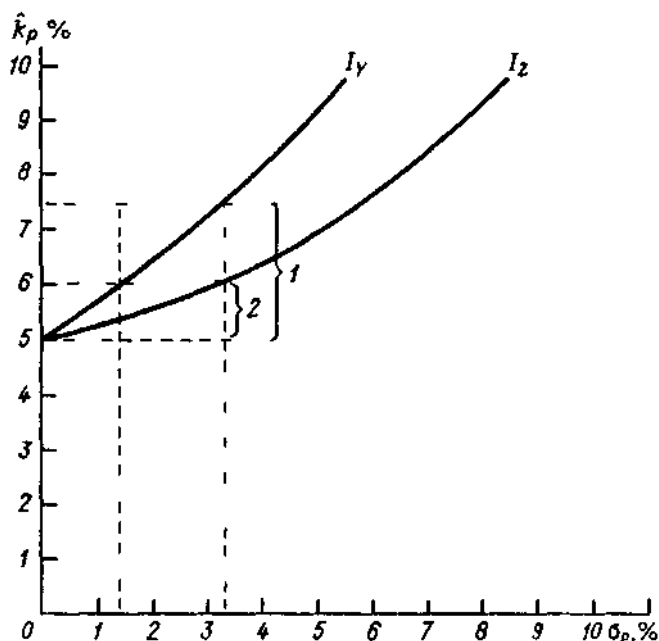


Рис 2 9 Кривые безразличия для риска и ожидаемой доходности

I_1 — премия за риск, RP , для индивидуума Y ($\sigma_p = 3.3\%$, $RP_Y = 2.5\%$); 2 — то же для индивидуума Z ($\sigma_p = 3.3\%$, $RP_Z = 1.0\%$)

Отметим, что м-с Y требуется более высокая ожидаемая доходность в качестве компенсации за определенный уровень риска; таким образом, можно сказать, что м-с Y менее склонна к риску, чем м-р Z . Ее менее высокая склонность к риску приводит к тому, что по сравнению с м-ром Z м-с Y требует более высокую премию за риск, которая в данном случае определяется как разность между 5%-ным уровнем безрисковой доходности и ожидаемой доходностью, требуемой для того, чтобы компенсировать определенный уровень риска. Например, м-с Y требуется прирост доходности в размере 2.5% в качестве компенсации за риск $\sigma_p = 3.3\%$, тогда как премия м-ра Z за данный уровень риска составляет лишь $RP_Z = 1.0\%$. Если говорить в целом, то чем круче наклон кривой безразличия, тем в меньшей степени инвестор склонен к риску.

Каждому индивидууму соответствует целая «карта» кривых безразличия, соответствующие карты м-с Y и м-ра Z приведены на рис 2 10. Более высокий уровень кривой безразличия означает более высокий уровень удовлетворенности (или полезности). Так, кривая I_{Z_2} лучше, чем кривая I_{Z_1} , т.е. для любого уровня риска ожидаемая доходность м-ра Z выше, следовательно, выше и полезность. Для каждого индивидуума можно построить бесконечное множество кривых безразличия, причем оно будет иметь сугубо индивидуальный характер.

Портфель, оптимальный с точки зрения инвестора

На рис 2.10, так же как и на рис 2 6, приводится допустимое множество портфелей, состоящих из двух активов, в предположении, что $r_A B = 0$. Опти-

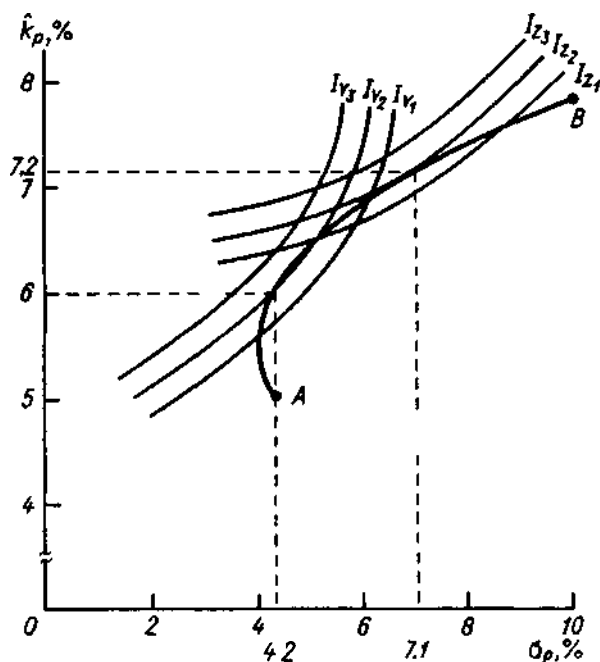


Рис 2 10 Выбор оптимального портфеля на рисковых активах

Портфель с точки зрения отдельного инвестора — это точка пересечения эффективного множества портфелей и одной из кривых безразличия инвестора. Эта точка пересечения соответствует наиболее высокому уровню удовлетворенности, которого может достичь инвестор. М-с У, которая менее склонна риску, чем м-р Z, выбирает портфель с более низкой ожидаемой доходностью (около 6%) и уровнем риска, равным 4.2%. М-р Z выбирает портфель, ожидаемая доходность которого составляет около 7.2%, однако уровень риска этого портфеля примерно равен 7.1%. Доля ценных бумаг, имеющих низкий уровень риска, в портфеле м-с У является достаточно высокой, тогда как портфель м-р Z характеризуется большим удельным весом высокорисковых ценных бумаг.¹⁴

Вопросы для самопроверки

Что такое эффективная граница?

Что такое кривые безразличия?

Объясните, как происходит процедура выбора инвестором его оптимального портфеля.

¹⁴Портфель м-с У состоял бы на 67% из ценной бумаги А и на 33% из ценной бумаги В, тогда как портфель м-р Z состоял бы на 27% из ценной бумаги А и на 73% из ценной бумаги В. Указанные процентные соотношения можно определить по формуле (2.5), рассчитав, какое процентное соотношение этих ценных бумаг соответствует $k_p = 6.0\%$ и $k_p = 7.2\%$. Например, если $x5\% + (1 - x)8\% = 7.2\%$, то, решив данное уравнение относительно x , получим $x = 0.27$ и $1 - x = 0.73$.

Резюме

Основные цели этой главы состояли в том, чтобы. 1) показать, как измеряется риск отдельного актива, и 2) объяснить, какое воздействие на риск актива оказывает включение его в портфель ценных бумаг. Ниже перечислены основные понятия, которые рассматривались в этой главе

- В целом *риск* можно определить как вероятность осуществления некоего нежелательного события

- *Риск инвестиции* связан с вероятностью получения доходности ниже ожидаемого уровня — чем выше возможность низкой доходности или убытка, тем более рискованной является инвестиция.

- *Ожидаемая доходность* инвестиции — это ожидаемое среднее значение распределения вероятностей возможных значений доходности (математическое ожидание. — *Прим ред.*).

- Рациональные инвесторы владеют *портфелем* рискованных активов, в первую очередь учитывая риск портфеля, а не риск отдельных активов, его составляющих

- *Общий риск*, количественно оцениваемый дисперсией отдельных значений доходности относительно ее среднего значения, является релевантным измерителем риска актива, рассматриваемого изолированно

- При объединении активов в портфели релевантным является *рыночный риск* актива, который представляет собой долю риска данного актива в риске портфеля в целом

- Общий риск актива можно измерить с помощью *дисперсии* его доходности, *среднего квадратического отклонения* доходности или *коэффициента вариации* доходности. Наиболее предпочтительной мерой в сравнительном анализе общего риска ряда активов является коэффициент вариации

- *Ожидаемая доходность портфеля* представляет собой средневзвешенную доходность отдельных активов, однако *среднее квадратическое отклонение портфеля* не равно средневзвешенной из средних квадратических отклонений отдельных активов, его составляющих

- Поскольку между большинством активов не существует *функциональной связи*, объединение активов в портфель снижает риск портфеля в целом

- Общий риск актива включает в себя *специфический для компании (диверсифицируемый) риск*, который можно устранить с помощью диверсификации, и *рыночный риск*, который нельзя устранить диверсификацией.

- *Допустимое множество* портфелей включает в себя все портфели, которые можно составить исходя из данного набора активов

- *Эффективный портфель* — это портфель, который обеспечивает наибольшую доходность при данном уровне риска или наименьший риск при данной доходности

- *Оптимальный* для инвестора *портфель* определяется как точка пересечения *эффективного множества* портфелей с наиболее высокой *кривой безразличия* данного инвестора.

В следующей главе мы продолжим рассмотрение риска и доходности в направлении: 1) обсуждения безрисковых активов и их влияния на выбор инвестора, 2) нахождения статистической характеристики, которую можно использовать для измерения рыночного риска (*β -коэффициент*), и 3) анализа взаимосвязи между риском и ожидаемой доходностью

Вопросы

- 2.1. Дайте определение следующих понятий, используя для иллюстрации ваших ответов графики и формулы в тех случаях, когда это возможно
- риск, распределение вероятностей;
 - ожидаемая доходность (k);
 - среднее квадратическое отклонение (σ), дисперсия (σ^2), коэффициент вариации;
 - общий риск,
 - рыночный риск,
 - портфель;
 - ожидаемая доходность портфеля (k_p);
 - коэффициент корреляции (r);
 - диверсифицируемый риск,
 - допустимое множество;
 - эффективный портфель;
 - граница эффективности;
 - кривая безразличия;
 - оптимальный портфель
- 2.2. Крутизна кривой непрерывного распределения вероятностей ожидаемой доходности менее рискованных активов более резко выражена, чем крутизна кривой для более рискованных активов. Какую форму приняла бы эта кривая в случаях: а) безрисковых активов и б) активов с абсолютно непредсказуемой доходностью?
- 2.3. Предположим, вы обладаете портфелем, состоящим из долгосрочных государственных облигаций США на сумму 500000 дол
- Будет ли ваш портфель безрисковым?
 - Теперь предположим, что вы обладаете портфелем, состоящим из 30 дневных казначейских векселей на сумму 500000 дол. Каждые 30 дней ваши векселя подлежат погашению, и вы вновь вкладываете вырученную сумму (500000 дол) в новую партию векселей. Предположим, что доходы, генерируемые инвестиционным портфелем, являются вашим единственным источником существования и что вы хотите поддерживать некоторый постоянный жизненный уровень. Является ли ваш портфель действительно безрисковым?
 - Вы должны были прийти к выводу, что оба портфеля — как с долгосрочными, так и с краткосрочными государственными ценными бумагами — имеют некоторый элемент риска. Можете ли вы привести пример каких-либо абсолютно безрисковых ценных бумаг?
- 2.4. Полис страхования жизни — это финансовый актив. Выплачиваемые страховые взносы представляют стоимость капиталовложений.
- Как вы рассчитываете ожидаемую доходность этого актива?
 - Предположим, что владелец страхового полиса не имеет других финансовых активов, однако обладает неким «человеческим» капиталом, т. е. способностью зарабатывать. Каков коэффициент корреляции между доходами от страхового полиса и доходами от «человеческого» капитала держателя полиса?
 - В Компании по страхованию жизни должны оплачивать административные расходы и комиссионные страховым агентам; следовательно, ожидаемая доходность страховых взносов обычно низка или даже отрицательна. С помощью принципа портфеля ценных бумаг объясните, почему люди покупают полис страхования жизни несмотря на отрицательную ожидаемую доходность?

Задачи

2.1. Ожидаемая доходность. Акции A и B имеют следующие распределения вероятностей ожидаемой доходности:

Вероятность ...	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1
$A, \%$	-25	5	15	30	45
$B, \%$	-40	0	16	40	66

а Подсчитайте ожидаемую доходность, k , для акции B ($k_A = 15\%$)
 б. Подсчитайте среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации ожидаемой доходности акции A (Эти величины для акции B составляют 27% и 1.59) Возможно ли, что большинство инвесторов сочтут акции B менее рискованными, чем акции A ? Объясните

2.2. Ожидаемая доходность Допустим, вам предложили: 1) 1 млн дол. или 2) игру с подбрасыванием монеты, в которой можно получить 2 млн дол., если выпадет решка, или ноль, если выпадет орел

а Какова ожидаемая стоимость игры?

б Что бы вы предпочли: 1 млн дол. или игру?

в Если вы выберете 1 млн дол., то относитесь ли вы к числу тех, кто избегает риска, или тех, кто его ищет?

г Допустим, вы выберете 1 млн дол. Вы можете вложить его или в казначейские долгосрочные облигации США, которые превратятся в 1 075 000 дол. в конце года, или в обыкновенные акции, которые с одинаковой вероятностью могут или обесцениться, или стоить 2 300 000 дол. в конце года.

• Какова ожидаемая прибыль в долларах в случае инвестирования в акции? (Ожидаемая прибыль от инвестиций в долгосрочные казначейские облигации составляет 75 000 дол.).

• Какова ожидаемая доходность вложений в акции? (Ожидаемая доходность вложений в казначейские облигации составляет 7.5%).

• Вложите ли вы деньги в облигации или в акции?

• Насколько высока должна быть ожидаемая прибыль (или доходность) от вложения в акции, чтобы заставить вас купить их?

• Что предпочтительнее: купить одну акцию за 1 млн дол. или составить портфель из 100 акций по 10 000 дол. каждая? Каждая из этих акций имеет те же характеристики доходности, что и одна акция за 1 млн, т. е. имеет одинаковый шанс или обесцениться до нуля, или принести 23 000 дол. в конце года. Имеет ли значение корреляция между доходностью этих акций?

2.3. Анализ общего риска Корпорация «Berry» рассматривает три возможных инвестиционных проекта на следующий год. Каждый проект рассчитан на один год, а доходы от проекта зависят от состояния экономики в следующем году. Ориентировочные оценки доходности приведены ниже:

Состояние экономики	Вероятность	Прогнозируемая доходность %		
		A	B	C
Спад	0.25	10	9	14
Средний уровень	0.50	14	13	12
Процветание	0.25	16	18	10

а Рассчитайте ожидаемую доходность каждого проекта, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации

б Проранжируйте альтернативы исходя из 1) ожидаемой доходности, 2) риска. Какую альтернативу вы выберете?

2.4 Анализ эффекта портфеля и рыночного риска. Обратимся к трем альтернативным проектам, описанным в задаче 2.3. Допустим, что «Berry» собирается вложить треть имеющихся у нее средств в каждый проект, создав портфель из трех активов с одинаковым удельным весом

а Какова ожидаемая доходность портфеля?

б Каковы дисперсия и среднее квадратическое отклонение портфеля?

в Каковы коэффициенты ковариации и корреляции для проектов A и B ? Для проектов A и C ?

2.5. Фактическая доходность. По данным прошлых периодов акции A и B имели следующие дивиденды и цены (в дол.):

Год	Акция А		Акция В	
	дивиденд	цена в конце года	дивиденд	цена в конце года
1987	—	22.50	—	43.75
1988	2 00	16.00	3 40	35.50
1989	2 20	17.00	3 65	38.75
1990	2 40	20.25	3 90	51.75
1991	2 60	17.25	4 05	44.50
1992	2.95	18.75	4 25	45 25

а Подсчитайте фактическую доходность акций за каждый год. Затем предположите, что кто то обладает портфелем, состоящим на 50% из акций А и на 50% из акций В (структура портфеля балансировалась в конце очередного года). Рассчитайте доходность портфеля за каждый год с 1988-го по 1992-й. Какую доходность по годам обеспечивали каждый актив и портфель в целом? (Указание: фактическая доходность за любой период $t - k_t = (D_t + P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$).

б. Вычислите среднее квадратическое отклонение доходности каждой акции и портфеля

(Остальные задания выполняются с помощью компьютера и электронных таблиц)

в. Добавьте акцию С к портфелю, за истекшие периоды акция С имела следующие дивиденды и цены (в дол.)

Год	Дивиденд	Цена в конце года
1987		23.40
1988	1.85	23.90
1989	1.95	31.50
1990	2.05	27.20
1991	2.15	32.25
1992	2.25	26.00

Предположим, что акции А, В и С имеют равный удельный вес в портфеле (по 33 33%). Как это повлияет на доход портфеля и среднее квадратическое отклонение?

г Произведите некоторые дополнительные изменения в процентном соотношении акций в портфеле, обеспечив при этом в сумме 100%. Например, поместите 100% капитала в акции А; 25% в А, 25% в В и 50% в С, и т. д. Объясните причины изменения величин k_p и σ_p

д Предпочли бы вы иметь портфель, содержащий 1/3 каждого вида акций, или портфель, состоящий на 50% из акций А и на 50% из акций В? Объясните

2.6. Риск портфеля За истекшие периоды акции А и В имели следующие дивиденды и цены (в дол.):

Год	Акция А		Акция В	
	дивиденд	цена в конце года	дивиденд	цена в конце года
1987	—	12.25	—	22.00
1988	1 00	9 75	2 40	18.50
1989	1 05	11.00	2 60	19.50
1990	1 15	13.75	2 85	25.25
1991	1.30	13.25	3.05	22.50
1992	1 50	15 50	3 25	24.00

а Подсчитайте фактическую доходность по годам для каждой акции. Рассмотрим портфель, состоящий на 50% из акций А и на 50% из акций В (Портфель балансируется каждый год с целью поддержания данного процентного соотношения). Какова доходность портфеля по годам с 1988 по 1992 г.? Каков средний доход для каждой акции и для всего портфеля? (Указание: фактическая доходность за любой период $t - k_t = (D_t + P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$)

б. Рассчитайте среднее квадратическое отклонение доходов для каждой акции и всего портфеля

в Основываясь на том, что риск портфеля меньше, чем риск составляющих его активов, рассматриваемых индивидуально, можете ли вы предположить, к какой величине ближе коэффициент корреляции между доходностью акций — $\kappa + 0.9$ или -0.9 ?

г Если на основе случайной выборки увеличить число наименований акций в портфеле, то каким будет наиболее точный ответ относительно изменения величины σ_p ?

- останется неизменной;
- будет близка к 15%;
- будет близка к нулю в случае достаточно большой добавки акций

Мини ситуация

Первым заданием Барбары Орбан в «Southern Commerce Bank» было обеспечить выгодное инвестирование 1 млн дол., предоставленного банку в доверительное управление на один год.

Исходные условия, сформулированные руководством банка на основе экспертных данных и прогнозных расчетов таковы:

Состояние экономики	Вероятность	Ожидаемая доходность ценных бумаг %				средне- ночная
		казначейские векселя	«Paragon»	«Luster»	«Apex»	
Спад	0 05	8.0	-22 0	28 0	10 0	-13.0
Ниже среднего уровня	0.20	8 0	-2.0	14.7	-10.0	1.0
Средний уровень	0.50	8 0	20.0	0.0	7.0	15.0
Незначительный рост	0 20	8 0	35.0	-10.0	45 0	29.0
Быстрый рост	0 05	8 0	50 0	-20 0	30 0	43.0

Отдел экономики и прогнозирования разработал оценки вероятности состояния экономики, а также компьютерную программу, с помощью которой оценил доходность каждой альтернативной ценной бумаги при том или ином состоянии экономики. Корпорация «Paragon» является электронной фирмой; корпорация «Luster» владеет золотыми приисками в США и Канаде; компания «Апекс» производит шины и другие резиновые и пластиковые изделия. Банк имеет также индексированный фонд ценных бумаг, вложение средств в который обеспечивает получение среднерыночной доходности. Поставьте себя на место Орбан и ответьте на следующие вопросы

1. Определите термин «инвестиционный риск»
2. Почему доход от казначейских векселей не зависит от состояния экономики? Является ли казначейский вексель абсолютно свободным от риска? Почему ожидается, что доходность акций «Paragon» возрастет с расцветом экономики а доходность акций «Luster» изменится в противоположном направлении?
3. Подсчитайте ожидаемую доходность для каждого варианта. Если Орбан будет ориентироваться только на этот показатель, какой вариант она выберет?
4. Объясните понятия общего риска и рыночного риска.
5. Орбан понимает, что принятие решения только на основании ожидаемой доходности свойственно инвесторам, относящимся безразлично к риску. Поскольку бенефициары трастового банка, как правило, не расположены к риску, рисковость каждого варианта является важным фактором для принятия решения. Одной из возможных оценок степени риска является среднее квадратическое отклонение доходности. Вычислите эту величину для каждого варианта. Какой тип риска измеряется с помощью среднего квадратического отклонения?
6. Орбан вспомнила, что коэффициент вариации обычно считается более точной мерой общего риска, чем среднее квадратическое отклонение, в случаях, когда в рассматриваемых вариантах ожидаемая доходность имеет широкий разброс. Рассчитайте коэффициент вариации для разных ценных бумаг. Дает ли коэффициент вариации такую же оценку степени риска, что и среднее квадратическое отклонение?

7. Орбан решила проанализировать целесообразность формирования портфеля из акций двух фирм, вложив 500000 дол. в «Paragon» и 500000 дол. в «Luster». Каковы

величины ожидаемой доходности и среднего **квадратического** отклонения для данного портфеля? Какова степень риска портфеля по сравнению со степенью риска этих двух акций, рассматриваемых изолированно?

8. Как меняется степень риска портфеля, если к портфелю из одной акции со средне рыночной доходностью добавлять все больше и больше случайным образом отбираемых акций?

9. Влияет ли, по мнению инвесторов, эффект портфеля на степень риска отдельного актива в портфеле? Если вы решили иметь портфель из акций одной фирмы и, следовательно, вы подвержены большему риску, чем инвесторы, владеющие диверсифицированными портфелями, можете ли вы подразумевать и большую доходность для компенсации риска? Иными словами, можете ли вы рассчитывать на премию за ту часть риска, которая могла бы быть устранена в случае владения диверсифицированным портфелем, от которого вы отказались?

10. Постройте приемлемый гипотетический график доходности как функции риска, измеренного средним квадратическим отклонением портфеля. Теперь постройте для иллюстрации допустимое множество портфелей и покажите, какая часть допустимого множества является эффективной. Что делает отдельный портфель эффективным? Не забываетесь о конкретных величинах при построении графика, просто проиллюстрируйте идею эффективных портфелей.

11. Добавьте ряд кривых безразличия к графику, построенному для пункта 10. Что выражают эти кривые? Каков оптимальный портфель для данного инвестора? И на конец, добавьте второй ряд кривых безразличия, которые приводят к выбору другого оптимального портфеля. Почему оба инвестора выбрали разные портфели?

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Вероятно, лучшими источниками дополнительной информации о распределениях вероятностей и степени риска для портфеля, состоящего из одного актива, являются учебники по статистике; см. например:

Kohler H. Statistics for Business and Economics. Glenview, Ill. : Scott, Foresman, 1988
Mendenhall W., Schaeffer R. L. Wackerly D. D. Mathematical Statistics with Applications. Boston : Duxbury, 1981

Дополнительные сведения о принципах теории портфеля ценных бумаг приведены в учебниках по проблемам инвестиций. Вот несколько хороших учебников

Francis J. C. Investments : Analysis and Management. New York : McGraw Hill, 1980
Radcliffe R. C. Investment • Concepts, Analysis and Strategy. Glenview, Ill. Scott, Foresman, 1993.

Reilly F. K. Investment Analysis and Portfolio Management. Hinsdale, Ill. Dryden, 1989
Sharpe W. F. Investments. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1985.

Желающим начать изучение теории портфеля ценных бумаг с истоков ее возникновения следует обратиться к работам:

Markowitz H. M. Foundations of Portfolio Theory // Jour. Finance. 1991. June. P. 469-477.

Следующая практическая ситуация охватывает многие принципы, рассматриваемые в данной главе, а также в главе 3.

Peachtree Securities, Inc. (A) // *Brigham E. F. Gapenski L. C.* Cases in Financial Management. Fort Worth. Tex. : Dryden, 1993

ПРИЛОЖЕНИЕ 2А

НЕПРЕРЫВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В главе 2 концепция соотношения риска и доходности была проиллюстрирована с помощью дискретных распределений в условиях предпосылки о существовании всего лишь пяти состояний экономики. Однако в действительности состояние экономики может варьировать от глубокой депрессии до фантастического бума, и между этими крайностями имеется бесконечное число различных возможностей. Применение дискретных распределений усложняется в случае большого объема обрабатываемых данных; в подобных ситуациях более предпочтительным является использование *непрерывных распределений*, которые весьма удобны, поскольку задаются с помощью двух-трех таких обобщающих статистических характеристик, как среднее (или ожидаемое) значение, среднее **квадратическое** отклонение и показатель асимметрии. В прошлом финансовые менеджеры не располагали соответствующими средствами по использованию непрерывных распределений для оценки и анализа риска. В наши дни фирмы имеют доступ к компьютерам и мощным пакетам прикладных программ, таким как Interactive Financial Planning System, RISK, Lotus 1-2-3, которые включают непрерывные распределения. Таким образом, в условиях компьютеризации анализа финансового риска применение непрерывных распределений становится все более и более предпочтительным.¹

Равномерное распределение

Одним из видов непрерывного распределения, часто используемых в финансовых моделях, является *равномерное распределение*, при котором каждое значение моделируемого показателя имеет одинаковую вероятность осуществления, т. е. они равномерно распределены по всему интервалу изменения значений. На рис. 2А.1 представлены два равномерных распределения. Распределение А имеет диапазон изменения значений от -5 до $+15\%$. Следовательно, размах вариации составляет 20 единиц. Поскольку общая площадь под функцией плотности должна равняться 1.00, высота распределения (J) должна равняться 0.05 . $20h = 1.0$, т. е. $h = 0.05$. С помощью этих данных можно найти вероятность появления различных результатов. Например, предположим, что необходимо найти вероятность того, что доходность будет меньше нуля. Вероятность представляет собой площадь под функцией плотности от -5 до 0% , т. е. заштрихованную площадь:

$$0 - (-5)0.05 = 0.25(25\%)$$

Аналогично этому вероятность значения доходности между 5 и 15% составляет 50% ($(15 - 5)0.05 = 0.50$).

Ожидаемая доходность — это средняя точка диапазона изменения, или 5% , для обоих распределений, показанных на рис. 2А.1. Поскольку маловероятно, что фактическая доходность будет существенно ниже ожидаемой для распределения В, очевидно, что оно описывает менее рисковую ситуацию в общепринятом смысле риска.

Треугольное распределение

Другим полезным непрерывным распределением является *треугольное распределение*. Этот тип распределения, представленный на рис. 2А.2, описывает ситуацию, когда значения моделируемого показателя концентрируются около наиболее вероятного среднего значения, причем вероятности появления значений, отклоняющихся от среднего, линейно уменьшаются с ростом этого отклонения. Диапазон значения доходности распределения С — от -5 до $+15\%$, а наиболее вероятное значение равно 10% . Наиболее вероятная доходность распределения D равна 5% , но диапазон ее значений составляет всего от 0 до $+10\%$. Отметим, что распределение С сдвинуто влево, а распределение D симметрично. Ожидаемая доходность для распределения С составляет 6.67% ,

¹Методы компьютеризованного анализа риска детально рассматриваются в главе 9.

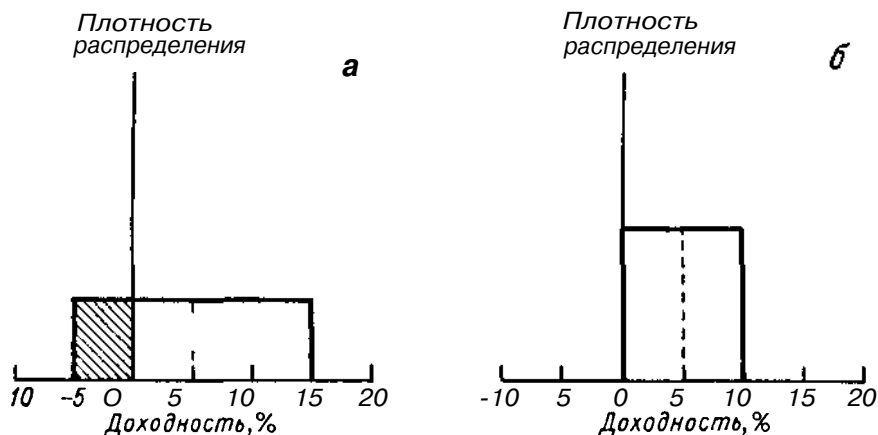


Рис. 2А.1 Равномерные распределения вероятностей.

а —распределение А, б — распределение В Ожидаемая доходность для обоих распределений — $\kappa = 5\%$

а для распределения D — только 5% ² Однако очевидно, что распределение C является более рисковым; его разброс относительно среднего значения выше, чем разброс для распределения D, велика и вероятность потерь, в то время как в распределении D потери невозможны

Нормальное распределение

Нормальное распределение, хорошо описывающее многие практические ситуации, широко распространено на практике. Плотность распределения вероятностей симметрична относительно ожидаемой величины и имеет область определения от $-\infty$ до $+\infty$. На рис. 2А.3 представлена кривая нормального распределения со средней доходностью, μ , 10% и средним квадратическим отклонением, σ , равным 5%. Любое нормальное распределение обладает следующим свойством: площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс, графиком плотности распределения и прямыми, пересекающими ось абсцисс в точках $\mu \pm \sigma$, составляет 68.3%, общей площади, лежащей между графиком плотности и осью абсцисс; если прямые проходят через точки $\mu \pm 2\sigma$ или $\mu \pm 3\sigma$, доля площади увеличивается соответственно до 95.5 и 99.7%. Следовательно, вероятность того, что фактическая доходность будет колебаться в диапазоне от 5 до 15% ($\mu \pm \sigma$), составляет 68.3%, и т. д. Очевидно, что чем меньше величина среднего квадратического отклонения, тем меньше вероятность слишком большого отклонения фактической доходности от ожидаемого среднего значения, а значит, и меньше общий риск инвестирования. Чтобы определить вероятность того, что результат будет меньше 7.5 и 12.5%, нужно вычислить площадь под кривой между этими точками, или заштрихованную площадь на рис. 2А.3 Эта площадь может быть определена путем интегрирования или, еще проще, с помощью

²Отметим, что наиболее вероятный результат равен ожидаемому только в случае симметричного распределения. Если распределение сдвинуто влево, ожидаемый результат смещается влево от наиболее вероятного, и наоборот. Отметим также, что ожидаемый результат треугольного распределения можно вычислить по формуле

(нижний предел + наиболее вероятный результат + верхний предел) / 3

Таким образом, ожидаемая доходность для распределения C $(-5\% + 10\% + 15\%) / 3 = 6.67\%$

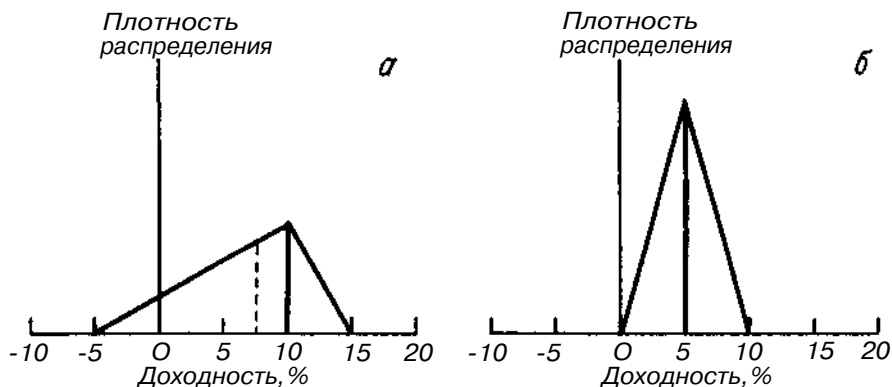


Рис. 2А.2 Треугольное распределение вероятностей
 а — распределение С; б — распределение D Наиболее вероятная доходность для распределения С составляет 10%, для распределения D — 5%. Ожидаемая доходность: k_C — 6,67% и k_D — 5%

статистических таблиц площади под кривой нормального распределения.³ Эти таблицы построены для стандартизованного нормального распределения, т. е. распределения нормированной величины z :⁴

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2A.1)$$

где x — значение доходности

Для того чтобы определить вероятность варьирования доходности в интервале от 7,5 до 12,5%, найдем значения z в этих точках по формуле (2A.1)

$$z_l = \frac{7,5 - 10}{5} = -0,5 \quad z_r = \frac{12,5 - 10}{5} = +0,5$$

Из табл. 2A.1 находим, что площадь фигуры, ограниченной прямыми, пересекающими ось абсцисс в точках μ и z при $|z| = 0,5$, равна 0,1915. Это означает, что вероятность получения доходности в размере от 7,5 до 10% (или от 10 до 12,5%) равна 0,1915, или 19,15%.⁵ Таким образом, вероятность колебания доходности от 7,5 до 12,5% составляет 38,3%.

Предположим, нужно найти вероятность того, что фактическая доходность будет ниже нуля. Из табл. 2A.1 находим, что вероятность варьирования доходности от 0 до 10% равна 0,4773. В силу симметричности распределения вероятность того, что доходность будет меньше среднего значения, равна 0,5. Следовательно, значение фактической доходности может быть отрицательным с вероятностью 0,0227, или 2,27%.

³Решать интегральное уравнение для кривой нормального распределения достаточно трудоемко, значительно удобнее использовать таблицы. Формула плотности для кривой нормального распределения имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

⁴Отметим, что если значение x отклоняется от центра распределения на σ , т. е. $x - \mu = \sigma$, то $z = \sigma/\sigma = 1,0$. Аналогично при $z = 2$ отклонение составляет 2σ , и т. д.

⁵Отметим, что отрицательный знак z не принимается во внимание. Поскольку кривая нормального распределения симметрична относительно центра, отрицательный знак просто указывает, что точка x находится слева от среднего значения.

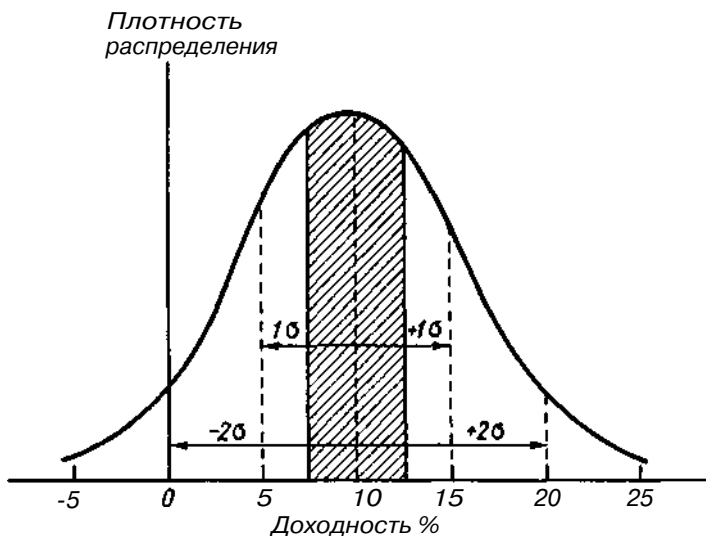


Рис 2А.3. Кривая нормального распределения вероятностей
Наиболее вероятная и ожидаемая доходность равна 10%.

Таблица 2А 1

Участок под кривой нормального распределения

•	Площадь ограниченная прямыми проходящими через точки μ и x
0 0	0 0000
0 5	0.1915
1 0	0.3413
1 5	0.4332
2 0	0.4773
2 5	0.4938
3 0	0.4987

Примечание Здесь z означает число средних квадратических отклонений заданного значения x от центра распределения. Некоторые таблицы составляют таким образом, чтобы показать площадь фигуры, лежащей слева или справа от указанного значения z ; в этой таблице приведена площадь фигуры, ограниченной прямыми, проходящими через z и центр распределения. Таким образом, участок между центром распределения и точкой, где z равно $+0.5$ или -0.5 , составляет 0.1915, т. е. 19.15% общей площади или вероятности. Более полный ряд значений площади приведен в табл. 1.5 в конце книги.

Применение непрерывных распределений

Непрерывные распределения применяются в финансовом анализе следующим образом

1 Специалисту, прекрасно разбирающемуся в текущей ситуации на рынке, может быть поставлена задача определить наиболее подходящий тип распределения и его параметры. Например, руководитель маркетинговой службы может предоставлять информацию о распределении объема реализации или главный инженер прогнозировать смету строительных работ.

2 Специалист в области финансов сможет затем использовать эту информацию для оценки степени риска данного решения. Например, финансист-аналитик может прийти к заключению, что вероятность варьирования фактической доходности проекта в пределах от 5 до 10% составляет 50%, что вероятность потери (отрицательная доходность) при реализации проекта равна 15%, а вероятность получения доходности, превышающей 10%, составляет 25%. Обычно подобный анализ делается с помощью компьютерной программы. Более подробно эта тема будет обсуждена в главе 9.

С позиции теории рекомендуется использовать тот вид распределения, который лучше отражает фактическое положение. В большинстве случаев истинное **распределение** вероятностей неизвестно. Например, можно предполагать, что процентные ставки в следующем году будут от 8 до 15%, а наиболее вероятная величина составит 10%. Эта ситуация описывается с помощью треугольного распределения. Можно сделать и другое **предположение** — процентная ставка может быть точнее описана с помощью **нормального** распределения при среднем значении 10% и среднем квадратическом отклонении 2.5%. Дело в том, что просто не существует такого типа распределения, который бы всегда являлся «наилучшим»; целесообразно промоделировать различные типы распределений, а затем выбрать наиболее подходящее распределение для решения поставленной проблемы